



Plot.1. European DAX call option price evolution

In order to conduct comparison of this simulation technique with Black-Scholes model we took some real data, which was provided by the Center for Applied Statistics and Economics at the Humboldt University of Berlin [8]. Database contained several years of history of the European style DAX call options that were traded at the

EUREX stock exchange. Among them we have randomly chosen several to illustrate our question of interest.

For each of the options we calculated the Monte Carlo price with parameters $mcSteps=5000$, $mcLoops=1000$ and the Black-Scholes price. Detailed information about the options as far as calculated prices you can observe at the Table 1.

Table 1. Monte Carlo estimation of European DAX call options

Trading day	Volatility	Time to maturity	Strike price	Spot price	Risk-free rate	Monte Carlo price	Black-Scholes price
02.09.2005	0.14102	0.03889	4850	4832.11348	0.02091	44.61098	47.00066
06.09.2005	0.13631	0.12521	5000	4960.53858	0.02095	81.91368	82.99559
09.09.2005	0.12953	0.01944	4950	4989.02479	0.02092	56.68247	59.99555
12.09.2005	0.55742	0.01111	4400	5029.90874	0.02091	629.9472	631.9995
19.09.2005	0.24552	0.08889	4500	4873.86792	0.02093	402.7712	405.0027
21.09.2005	0.14271	0.08333	5000	4899.53358	0.02092	42.72371	43.49781
27.09.2005	0.15029	0.06667	4950	4967.98185	0.02097	89.12414	89.80347
30.09.2005	0.14321	0.05833	5200	5040.84716	0.02101	17.75148	18.98607

Selected options have different parameters such as time to maturity, volatility, strike price, spot price that resulted in differences between their prices. Comparing results from Black-Scholes model and Monte Carlo simulation we can summarize that latter has given us accurate values that are close to true ones and can serve as a good approximations.

1. Christian P. Robert, George Casella; Introducing Monte Carlo Methods with R, 2010, Springer; 2. Desmond J. Higham; An introduction to financial option valuation: mathematics, stochastics and computation, 2004,

Cambridge University Press; 3. George M. Jabbour, Yi-Kang Liu; Option pricing and Monte Carlo simulations, Journal of Business & Economics Research, Vol. 3, No. 9; 4. John R. Birge; Quasi-Monte Carlo approaches to option pricing, 1995; 5. Jürgen Franke, Wolfgang K. Härdle, Christian M. Hafner; Statistics of Financial Markets, Second Edition, 2008, Springer-Verlag Berlin Heidelberg; 6. Michael C. Fu, Jian-Qiang Hu, Sensitivity Analysis for Monte Carlo simulation of option pricing, Probability in the Engineering and Information Sciences, Vol. 9, No. 3, 1995; 7. Wolfgang Härdle, Torsten Kleinow, Gerhard Stahl; Applied Quantitative Finance, 2002, Springer, Berlin; 8. <http://www.case.hu-berlin.de/>; 9. <http://cran.r-project.org/web/packages/fOptions/>

Надійшла до редколегії 01.07.11

УДК 331:213.3:331

О. Горобець,
Феодосійська фінансово-економічна академія Київського університету ринкових відносин

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ ВІДТВОРЕННЯ НАСЕЛЕННЯ АВТОНОМНОЇ РЕСПУБЛІКИ КРИМ

За результатами моделювання показників відтворення населення визначено періоди формування демографічної ситуації в Криму. Зіставлення бета-коефіцієнтів дозволило оцінити внесок кожного фактора в результативний показник за різних періодів відтворення.

Ключові слова: природне відтворення населення, демографічні моделі, трендові моделі.

Построены модели, характеризующие общий прирост (снижение) численности населения региона (на примере Автономной Республики Крым) в зависимости от периода воспроизводства; устойчивого развития, кризисного состояния и улучшения. Рассчитано влияние каждого фактора в общий прирост (снижение).

Ключевые слова: природное воспроизводство населения, демографические модели, трендовые модели.

The modeling of general growth of Crimean population is done during three periods of reproduction process development: of the past development, crises state and the period of reproduction process improvement, every factor contribution into resulting process is given.

Keywords: natural reconstruction of the population, demographic forecast, trend model.

Взаємозв'язки між демографічними явищами та процесами, а, відповідно, і між параметрами демографічної

ситуації в регіоні належать до стохастичних, зокрема, кореляційних зв'язків, при яких зміна середнього значення

ня результативного показника зумовлюється зміною факторних параметрів. Отже, для дослідження демографічної ситуації доцільно використовувати кореляційний та регресійний методи аналізу, які призначені для кількісного визначення (оцінювання) та аналітичного відображення взаємозв'язків між результативними та факторними ознаками (багатофакторна кореляція та регресія).

Проблеми статистичного моделювання та прогнозування демографічних процесів, а також визначення їхнього впливу на соціально-економічний розвиток регіону досліджують А.М. Єріна [1], Т.І. Лумпова [2], І.І. Осипова [3], З.О. Пальян [4], В.І. Приймак [5], Д.В. Шиян [6].

Оцінювання об'єктивних взаємозв'язків між параметрами, що характеризують демографічну ситуацію в регіоні, є одним з найважливіших завдань демографічного дослідження. Воно дозволяє виявляти причинно-наслідкові зв'язки між показниками, які характеризують природний та міграційний рух населення, що дає можливість визначати, фактори стабілізації та покращення демографічної ситуації в регіоні.

Метою статті є оцінка впливу факторів відтворення населення на загальний приріст (скорочення) чисельності населення Автономної Республіки Крим.

У сучасній статистиці демографічні моделі використовуються:

1) для отримання кількісних характеристик демографічних процесів та явищ. Особливе значення ці моделі мають при визначенні узагальнюючих характеристик інтенсивності демографічних процесів (середня тривалість життя, нетто-коефіцієнт відтворення населення та ін.), які є ендогенними змінними відповідних демографічних моделей, що є основою демографічних таблиць;

2) для вивчення закономірностей та факторів демографічних процесів при виявленні зв'язку між складовими моделями, кількісного оцінювання виявлених зв'язків та залежностей і перевірки гіпотез. В демографічній статистиці метод моделювання є одним з головних методів виявлення та аналізу причинно-наслідкових зв'язків та інших залежностей;

3) для демографічного прогнозу – при визначенні майбутніх тенденцій окремих демографічних процесів

та їхніх кількісних характеристик на перспективу, а також при перспективних розрахунках чисельності та складу конкретного населення;

4) для поточних та ретроспективних демографічних розрахунків за відсутності або недостовірності показників статистики населення;

5) для визначення характеру збирання та оброблення інформації про населення.

Демографічна модель є абстрактною математичною моделлю, яка охоплює всі категорії населення відповідно до визначених обмежень.

Проведений кореляційний аналіз дозволив виявити ті фактори соціально-економічного розвитку АРК, які найбільше впливають на демографічні показники населення. Щільний прямий кореляційний зв'язок виявлено між загальним коефіцієнтом приросту населення та показниками: міграційним приростом (зменшенням) кількості населення, наявністю шкідливих речовин в атмосферному повітрі, нетто-коефіцієнтом відтворення та сумарним коефіцієнтом народжуваності. Обернений зв'язок встановлено між загальним відтворенням та показниками: кількістю сільського населення, рівнем забезпеченості населення житлом, коефіцієнтом смертності та середнім віком населення.

За результатами побудови інтегрального показника демографічної ситуації виділено такі періоди розвитку процесу відтворення населення Автономної Республіки Крим: період сталого розвитку відтворення населення; період кризового стану розвитку відтворення; період стабілізації відтворення населення.

Саме за цими періодами проведено моделювання загального приросту (зменшення) чисельності населення Криму. Для кожного визначеного (конкретного) періоду вибрано вихідні дані, створені кореляційні матриці взаємозв'язку між показниками, визначено факторне навантаження. Відсутність мультиколінеарності підтверджується значенням коефіцієнтів парної кореляції між результативною ознакою (загальним приростом (скороченням) населення регіону) та факторами, що включені до моделей (таблиця 1).

Таблиця 1. Значення парних коефіцієнтів кореляції між загальним приростом (скороченням) чисельності населення (Y_x) Автономної Республіки Крим та факторними ознаками

Назва факторної ознаки	Умовне позначення	Коефіцієнти кореляції за періоди розвитку відтворення населення		
		сталий розвиток (1970-1991 рр.)	кризовий стан (1992-1999 рр.)	період стабілізації (2000-2009 рр.)
Кількість народжених дівчаток, тис. осіб	X_1	-0,78	x	x
Кількість народжених хлопчиків, тис. осіб	X_2	-0,75	x	x
Демографічне навантаження, осіб на 1000 населення	X_3	0,74	x	x
Очікувана тривалість життя при народженні чоловіків, роки	X_4	x	0,68	x
Індекси інвестицій в основний капітал у житлове будівництво, % до попереднього року	X_5	x	0,29	x
Кількість лікарняних ліжок, на 10000 населення	X_6	x	0,45	x
Сільське населення в загальній чисельності наявного населення, %	X_7	x	x	-0,78
Кількість зареєстрованих шлюбів на 1000 жителів	X_8	x	x	0,70
Кількість зареєстрованих розлучень на 1000 жителів	X_9	x	x	-0,45

Джерело: Складено автором самостійно

На цій основі за певні роки побудовано такі багатофакторні моделі загального приросту (скорочення) чисельності населення регіону Автономної Республіки Крим (Y_x):

– для періоду сталого розвитку відтворення населення (1970-1991 рр.)

$$\ln(Y_x) = -756,13 + \ln(X_3) - 14,808 \times X_2 + 142,467 \times \ln(X_2);$$

– для періоду кризового стану відтворення населення (1992-1999 рр.)

$$Y_x = -30052,6 + 244 \times X_4 + 1,2 \times X_6 + \frac{913945,4}{X_5} + \frac{4846,1}{X_6};$$

– для періоду стабілізації відтворення населення (2000-2009 рр.)

$$Y_x = -8534,89 + 233,69 \times X_7 - e^{X_7} + e^{X_9} - 0,19 \times e^{X_9}.$$

При оцінюванні статистичної надійності вказаних моделей розраховано статистичні характеристики рівнянь (таблиця 2).

Таблиця 2. Статистичні характеристики рівнянь

Назва статистичної характеристики	Періоди розвитку відтворення населення регіону на прикладі АРК		
	сталий розвиток (1970-1991 рр.)	кризовий стан (1992-1999 рр.)	період стабілізації (2000-2009 рр.)
1. Множинне кореляційне відношення	0,9902	0,9817	0,9983
2. Коефіцієнт детермінації	0,9805	0,9636	0,9965
3. F-критерій Фішера (рівень значущості)			
3.1. розрахунковий	213,93	19,86	285,44
3.2. табличний	2,96	19,25	6,39
4. Середня помилка апроксимації, (S), ‰	0,8077	3,4096	0,2909
5. Циклічний коефіцієнт автокореляції залишків (Критерій Дарбіна–Уотсона d)			
5.1. розрахунковий	1,74	2,57	2,85
5.2. табличний	(1,05; 1,66)	(0,37; 2,29)	(0,46; 2,13)
6. Рівень істотності (t-критерій Стьюдента)			
6.1. розрахунковий	7,715	3,891	10,821
6.2. табличний	2,110	3,183	2,776

Джерело: Складено автором самостійно

Дані таблиці 3.13 свідчать, що моделі мають високі та надійні характеристики. Вважається, що значення середньої помилки апроксимації (стандартної помилки) не повинно перевищувати 12-15% середнього значення результативного показника [7; с. 355]. Результати розрахунків наведених показників для моделей вказують на сильну ($R^2 > 0,75$) залежність між відкликами та предикторами. Із значень коефіцієнтів детермінації слідує, що включені у модель фактори на 99-96% визначають рівень загального приросту (скорочення) чисельності населення регіону і лише максимумом 4% – невраховані фактори (і щонайбільше 4% є неврахованими факторами). Побудовані регресії адекватно описують взаємозв'язок між результативною та факторними ознаками, вільний член є статистично значущим. Статистикою Дарбіна–Уотсона характеризується наявність чи відсутність серіальної кореляції (залежності) між залишками для сусідніх спостережень. Критерії значущості у множинній регресії допускають, що дані є випадковою вибіркою із незалежних спостережень (розрахункові значення F-критерію Фішера та t-критерію Стьюдента більше табличних. Розрахунки свідчать про те, що статистика Дарбіна–Уотсона має досить велике значення у всіх трьох випадках при помірній серіальній кореляції. Це свідчить про відсутність залежності спостережень, тобто можна казати про достатню стійкість деяких значень коефіцієнтів регресії, або про високу адекватність моделей досліджуваному вищому.

Висновки

За результатами моделювання показників відтворення населення визначено періоди формування демографічної ситуації в Криму:

1. 1970–1991 рр. характеризуються зменшенням кількості народжених хлопчиків на 1%, що привело до зменшення загального приросту населення на 14,8%, і водночас зростання загальної чисельності населення республіки на 0,6% було результатом збільшення демографічного навантаження на 1%.

2. Період 1992–1999 рр. характеризується збільшенням на 1% очікуваної тривалості життя чоловіків при народженні, а також кількості лікарняних ліжок, що відіалося на зростанні загального приросту населення Криму.

3. Сучасний період характеризується зменшенням кількості зареєстрованих розлучень на 1%, що призведе

ло до загального зменшення населення на 0,2%, а зміна частки сільського населення в загальній чисельності населення привела до значного загального приросту населення Криму.

Зіставлення бета-коефіцієнтів дозволило оцінити внесок кожного фактора в результативний показник за різних періодів відтворення, а також встановити, що більшою мірою впливають:

- в період сталого розвитку відтворення населення – кількість народжених хлопчиків;
- в період кризового стану розвитку відтворення населення – очікувана тривалість життя при народженні чоловіків;
- в період стабілізації відтворення населення – частка сільського населення в загальній чисельності наявного населення.

Таким чином, в результаті дослідження доведено, що щільний прямий кореляційний зв'язок існує між приростом (зменшенням) населення АР Крим і рівнем смертності, віком населення та міграційними процесами; а обернений зв'язок – із тривалістю життя чоловіків, демографічним навантаженням і криміногенною ситуацією.

1. Єріна А.М. Статистичне моделювання та прогнозування: навч. посібник [Текст] / Київський національний економічний ун-т. – К.: КНЕУ, 2001. – 170 с. : рис. – ISBN 966-574-209-4. 2. Лумпова Т.І. Сучасні напрямки створення інтегрованих інформаційних систем у статистиці [Текст] / Т.І. Лумпова // Статистика України. – 2006. – №1. – С. 76 – 82. 3. Осипова І.І. Розвиток системи проведення вибіркового обстеження населення. Нові напрями досліджень соціальних проблем [Текст] / І.І. Осипова // Проблеми статистики. Збірник наукових праць Науково-технічного комплексу статистичних досліджень / [ред. кол. Васечко О.О. та ін.]. – К.: ДП "Інформаційно-аналітичне агентство", 2007. – Вип. 8. – С. 125 – 132. – ISBN 978-966-2142-22-8. 3. Пальян З.О. Статистична оцінка демографічних перспектив регіонів України [Текст] / З.О. Пальян // Проблеми статистики. Збірник наукових праць Науково-технічного комплексу статистичних досліджень / [ред. кол. Васечко О.О. та ін.]. – К.: ДП "Інформаційно-аналітичне агентство", 2007. – Вип. 8. – С. 170 – 174. – ISBN 978-966-2142-22-8. 4. Приймак В.І. Математичні методи економічного аналізу: навч. посіб. [для студ. вищ.навч. закл.] [Текст] / В.І. Приймак. – К.: Центр учбової літератури, 2009. – 296 с. – ISBN 978-966-364-847-7. 5. Шиян Д.В. Нові методи аналізу динамічних рядів та рівня ризику [Текст] / Д.В. Шиян // Статистика України. – 2008. – №3. – С. 65 – 70. 6. Шмойлова Р.А., Минашкин В.Г., Садовникова Н.А., Шувалова Е.Б. Теорія статистики: учебник для студ. экон. спец. вузов [Текст] / [Римма Александровна Шмойлова (ред.)]. – 5-е изд. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 655 с. – Библиогр.: в конце глав. – ISBN 978-5-279-032-95-2.