льного стимулювання та знижок за кількість, що були розроблені науковцями для виробничих підприємств.

Список використаних джерел

1. Дейан А. Стимулирование сбыта и реклама на месте продажи / Арманд Дейян, Анни Троадек, Лоик Троадек. – Москва : Прогресс-Универс, 1994. – 188 с.
2. Дейан А. Стимулирование сбыта. / Арман Дейан, Анни и Люк Троадек. – СПб: Издательский Дом "Нева" М. : "ОЛМА-ПРЕСС Инвест", 2003. – 128 с.
3. Климин А. И. Стимулирование сбыта / А. И. Климин. – М. : Вершина, 2007. – 272 с.
4. Алексина С. Б. Методы стимулирования продаж в торговле. / С. Б. Алексина [и др.] – М.: ИД "ФОРУМ" : ИНФРА-М, 2013. – 304 с.
5. Камминс Дж. Стимулирование продаж. Распродажи, подарки, скидки, купоны и другие инструменты повышения спроса / Джулиан Камминс, Роди Маллин. – М. : Манн, Иванов и Фербер, 2013 – 352 с.
6. Примак Т. О. Маркетингові комунікації в системі управління підприємством: монографія / Т. О. Примак. – К.: ООО "Експерт", 2001. – 383 с.
7. Рыбченко С. А. Методы стимулирования сбыта / С. А. Рыбченко, Т. В. Евстигнеева. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 184 с.
8. Семененко, К. Ю. Методи цінового стимулювання збуту та умови їх використання // Вісник бердянського університету менеджменту і бізнесу. – 2011. – № 4. – С. 137-140.
9. Ярных В. Методы стимулирования продаж в магазине [Электронный ресурс] / В. Ярных // Учебник по Торговому Маркетингу / Портал о торговом маркетинге – Режим доступа: www.trademarketing.ru/node/410 – Назва з екрану.
10. Шальнова О. А. Стимулирование продаж: принципи, методы, оценка : учебное пособие / О. А. Шальнова. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 107 с. DOI 10.12737/487
11. Шульц Д. Стратегические бренд-коммуникационные кампании. / Дон Шульц, Бен Барис. – М.: Издательский дом Гребенникова, 2003. – 512 с.
12. Marshall A. Principles of economics / Alfred Marshall. – London. : Macmillian & Co., 1891. – 825 p.
13. Шульгіна. Л. М. Еволюція наукових поглядів щодо поняття "споживча цінність товару". / Шульгіна Л. М., Мельничук В. М. // Маркетинг і менеджмент інновацій. – 2011. – №2. – С. 74-80.
14. Бернет Дж. Маркетинговые коммуникации: интегрированный подход / Джон Бернет, Сандра Мориарти. – СПб : Питер, 2001. – 864 с.

Надійшла до редколегії 27.09.15

О. Юсупова, асп.
Киевский национальный торгово-экономический университет, Киев, Украина

СЛОЖНЫЕ ПРОМОАКЦИИ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ РОЗНИЧНОЙ ТОРГОВЛИ

Рассмотрено механизмы действия, лежащие в основе некоторых средств ценового и неценового стимулирования продаж. Проведен сравнительный анализ скидок за количество и премиального стимулирования. Предложено и обосновано разделение объединенных продаж на три подвида. Определены ключевые отличия между премиальным стимулирование и объединенными продажами на торговом предприятии. Разработаны рекомендации по определению средств стимулирования продаж, использованных в промоакциях, которые объединяют несколько товаров.

Ключевые слова: стимулирование продаж; стимулирование сбыта; скидки; премии; розничная торговля.

O. Yusupova, PhD student
Kyiv National University of Trade and Economics, Kyiv, Ukraine

COMPLEX PROMOTIONSIN RETAIL

Complex promotions used by retailers introduce to the consumers several rules that must be satisfied in order to get some benefits and usually refer to multiple products (e.g. "buy two, get one free"). Rules of complex promotions can be quite sophisticated and complicated themselves. Since diversity of complex promotions limited only by marketers' imagination we can observe broad variety of promotions' rules and representations of those rules in retailers' commercials. Such diversification makes no good for fellow scientist who's trying to sort all type of promotions into the neatly organized classification. Although we can simple add every single set of rules offered by retailers as a separate form of sales promotion it seems not to be the best way of dealing with such a problem. The better way is to realize that mechanisms underlying that variety of promotions are basically the same, namely changes in demand or quantity demanded. Those two concepts alone provide powerful insight into classification of complex promotions and allow us to comprehend the variety of promotions offered by marketers nowadays.

Key words: sales promotion, discounts, premiums; retail.

Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine. Economics, 2015; 11(176): 49-54
УДК 519.866
JEL C61
DOI: http://dx.doi.org/10.17721/1728-2667.2015/176-11/8

М. Бойчук, канд. фіз.-мат. наук, доц.,
О. Ярошенко, канд. екон. наук, доц.
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці

СТОХАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КРЕДИТНОЇ СТРАТЕГІЇ КОМПАНІЇ-ДИСТРИБ'ЮТОРА НА РИНКУ ФАРМАЦЕВТИЧНОЇ ПРОДУКЦІЇ

У роботі побудовано і досліджено стохастичну модель оптимальної поведінки дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції, проведено обґрунтування використання вінерівського і пуассонівського процесів у запропонованій моделі та описано структуру оптимального процесу.

Ключові слова: дистриб'ютор фармацевтичної продукції, оптимальне керування, стохастична модель.

Вступ. Стратегічною цінністю будь-якої держави є здоров'я людини. Для того, щоб реалізувати в Україні конституційні гарантії щодо забезпечення населення основними лікарськими засобами в необхідних обсягах і за доступними цінами, необхідно вжити заходи щодо збереження фармацевтичної промисловості України, підвищення рівня її конкурентоспроможності на вітчизняному ринку та зміцнення її рейтингу на світовому фармацевтичному ринку.

Проте є ряд проблем на шляху досягнення фармацевтичною галуззю стійкого розвитку. Внутрішні проблеми виробників, посередників та реалізаторів фармацевтичної продукції ускладнюються політичною кризою у країні, зниженням купівельної спроможності національної валюти, підвищенням відсоткових ставок за кредитами.

Для подолання цих труднощів та прийняття ефективних рішень сьогодні все частіше застосовують математичні методи, які дозволяють з достатнім ступенем адекватності описати складні динамічні процеси в економіці та здійснити прогноз їх розвитку у часі.

Огляд літератури. Проблеми теорії і практики фармацевтичної галузі займають важливе місце в дослідженнях багатьох учених. Одні роботи присвячені, наприклад, особливостям фармацевтичної галузі як можливої опорної галузі розбудови інноваційних систем різного рівня в Україні [1], інші стосуються функціонування механізму фінансового забезпечення сектора охорони здоров'я [2]. Маркетингові дослідження різних об'єктів фармацевтичного ринку проведені в роботах Дремової Н.В. та ін. [3]. Використання імітаційного моделювання для удосконалення управління запасами компанії-дистриб'ютора на ринку препаратів фармацевтичної промисловості розглянено у роботі [4]. Проблеми моделювання процесів управління логістичними потоками підприємств фармацевтичного ринку висвітлені у роботах Посилкіної О. В. та ін. [5]

Проте на даному етапі практично відсутні економіко-математичні моделі, що враховують стохастичну природу, нелінійність і динамічність розвитку фармацевтичної галузі у ринкових умовах господарювання.

Тому актуальність зазначених проблем в сучасних умовах невизначеності господарсько-економічної ситуації і мінливість економічного середовища обумовили необхідність подальшого дослідження питань оптимізації управління діяльністю компаній-дистриб'юторів фармацевтичної продукції, вибору та прийняття управлінських рішень з використанням стохастичних моделей динамічних систем.

Стохастичне моделювання динамічних систем сьогодні розвивається у двох напрямках.

Перший напрямок формують дослідження стохастичних динамічних систем, в яких проводиться зведення апріорної невизначеності до параметричної, коли ймовірнісні закони розподілу для досліджуваних ситуацій, величин і спостережуваних процесів відомі з точністю до скінченного числа параметрів, тобто коли відомі випадкові розподіли реалізації невідомих параметрів і початкових умов.

Дослідження стохастичних систем при неточній вхідній інформації про початкові умови і параметри проводилась у роботах [6]-[14] та ін. У них одержані стохастичні необхідні умови оптимальності та формули для градієнтів функціоналів у просторі оптимізовуваних параметрів, які дозволять для розв'язання динамічних задач оптимізації використовувати числові методи скінченної оптимізації.

До другого напрямку відносяться дослідження динамічних систем, у детерміновані математичні моделі яких вводяться випадкові процеси [15]: вінеровські, пуассонівські та ін. При цьому дослідження оптимізаційних стохастичних динамічних систем проводиться з використанням достатніх умов оптимальності без обмежень на стани системи [16 – 19] та ін. Крім того, у роботі [18] проведено економічне обґрунтування використання вінерівських і пуассонівських процесів при стохастичному моделюванні динамічних систем.

Тому у даній роботі на основі детермінованої моделі [20] формалізуємо стохастичну модель оптимальної кредитної стратегії дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції, проведемо обґрунтування використання вінерівського і пуассонівського процесів у запропонованій моделі та визначимо оптимальний розмір грошового кредиту, який буде використаний для купівлі фармацевтичної продукціїі відповідний оптимальний обсяг товару, який би максимізував середній доход дистриб'ютора.

Основні результати. Спочатку формалізуємо *детерміновану модель* оптимальної кредитної стратегії дистриб'ютора. Нехай у будь-який момент часу $t \in [0,T]$ (T – горизонт планування) дистриб'ютор має можливість взяти грошовий кредит загальною сумою $k(t)$ за постійною відсотковою ставкою p. Цей кредит він використовує для купівлі фармацевтичної продукції обсягом $v(t)$ з метою її подальшого продажу та отримання відповідного доходу.

Припустимо, що кількість товару, яка продається у момент часу t прямо пропорційна величині обсягу товару $v(t)$ зі сталим коефіцієнтом α, а кількість товару в момент часу $t+\Delta t$ ($\Delta t > 0$ – довільний приріст часу) дорівнює збільшеній на величину кредиту в момент часу t різниці між кількістю товару в момент t та величиною його реалізації, тобто

$$v(t+\Delta t) = v(t) - \alpha v(t) + k(t).$$

Тоді отримаємо у вартісній формі балансове рівняння динаміки наявного обсягу фармацевтичної продукції:

$$\dot{v}(t) = k(t) - \alpha v(t),\ t \in [0,T].$$

Це диференціальне рівняння необхідно доповнити початковою умовою

$$v(0) = v_0,$$

яка означає, що в початковий момент часу $t = 0$ дистриб'ютор має в наявності початковий запас фармацевтичної продукції v_0 одиниць.

Оскільки обсяг кредиту завжди є обмеженою величиною, то наведені вище співвідношення потрібно доповнити обмеженням

$$0 \le k(t) \le k_0,\ t \in [0,T],$$

де k_0 – задана верхня межа обмеження на обсяг кредиту.

На прибуток від реалізації товару також накладається обмеження

$$\gamma\alpha v(t) - pk(t) \ge \varepsilon,\ t \in [0,T],$$

де γ – доход з кожної одиниці реалізованого товару (у відсотках), $\varepsilon \ge 0$ – мінімальний прибуток.

Тоді задача дистриб'ютора полягає у максимізації сумарного (інтегрального) прибутку

$$\Phi = \int_0^T \left[\gamma\alpha v(t) - pk(t)\right] dt \to \max_{0 \le k \le k_0}$$

при вказаних вище умовах.

Для сформульованої задачі дистриб'ютора автори у роботі [21] дослідили питання оптимізації кредитної стратегії за допомогою достатніх умов оптимальності.

Тепер формалізуємо *стохастичну модель* оптимальної кредитної стратегії дистриб'ютора.

Нехай $\{\Omega, F, P\}$ – ймовірнісний простір із множиною елементарних подій Ω, із σ – алгеброю $F = \{F_t, t \in [0;T]\}$ та мірою (ймовірністю) P; $\xi(t) \equiv \xi(t,\omega)$, $\xi \in \mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ – множина дійсних чисел), $\omega \in \Omega$, $t \in [t_0,T] \subset \mathbb{R}$ F_t-вимірний вінерівський процес із нульовим математичним сподіванням $\left(M\xi(t) = 0\right)$ та одиничною дисперсією $\left(M\xi^2(t) = 1\right)$; $\eta(t) \equiv \eta(t,\omega)$, $\omega \in \Omega$, $t \in [t_0,T] \subset \mathbb{R}$ – F_t-вимірний пуассонівський процес із математичним сподіванням $M\eta(t) = \lambda t$ [15], де M – математичне сподівання .

На ймовірнісному просторі $\{\Omega, F, P\}$ заданий випадковий процес $v(t) \equiv v(t,\omega)$, $\omega \in \Omega$, $t \in [0,T]$, який задовольняє

– диференціальну модель у формі Іто [15]

$$\dot{v}(t) = k(t) - \alpha v(t) + W_1\dot{\xi}(t) + W_2\dot{\eta}(t),\ t \in [0,T], \quad (1)$$

де W_1 та W_2 – задані сталі величини;

– початкову умову

$$v(0)=v_0,\ v_0\in F_0; \qquad (2)$$

– обмеження на грошовий кредит

$$0\le k(t)\le k_0,\ t\in[0,T]; \qquad (3)$$

– обмеження на прибуток, одержаний від реалізації товару обсягом v

$$\gamma\alpha v(t)-pk(t)\ge\varepsilon,\ t\in[0,T]; \qquad (4)$$

– критерій мети (максимізація середнього інтегрального доходу)

$$\Phi=M\int_0^T\left[\gamma\alpha v(t)-pk(t)\right]dt\to\max_k, \qquad (5)$$

де M – математичне сподівання.

Задача полягає в тому, щоб визначити оптимальний грошовий кредит $k_{оп}$ та відповідний оптимальний обсяг товару $v_{оп}$, які б задовольняли обмеження (1)-(4) та максимізували середній інтегральний доход (5).

Проведемо економічне обґрунтування використання вінерівського і пуассонівського процесів при стохастичному моделюванні кредитної стратегії дистриб'ютора, тобто обґрунтуємо справедливість динаміки руху обсягу фармацевтичного товару (1).

Нехай здійснюються спостереження за приростом обсягу товару $\dot v$. За законом великих чисел (центральна гранична теорема) із теорії ймовірності відомо, що на великих вибірках спостережень приріст $\dot v$ підпорядкований нормальному (гауссівському) закону розподілу ймовірностей, а при малих ймовірностях гауссівський закон переходить у пуассонівський закон розподілу. У спостереження за приростом обсягу товару входить шум у припущенні у вигляді доданку (складової). Цей шум може бути пилоподібним – підпорядкований нормальному закону розподілу або стрибкоподібним – підпорядкований пуассонівському закону розподілу або в комплексі пилоподібним і стрибкоподібним – лінійна (у припущенні) комбінація вінерівського та пуассонівського процесів. Крім того, цей шум не залежить від стану приросту обсягу товару і попередніх значень приросту обсягу товару та її розподіл не залежить від часу. Такий процес для шуму є лінійною комбінацією вінерівського та пуассонівського процесів [15]. Тому шум можна представити як лінійну комбінацію $W_1\dot\xi(t)+W_2\dot\eta(t)$ приросту вінерівського процесу $\dot\xi(t)$ та приросту пуассонівського процесу $\dot\eta(t)$ деяких випадкових величин $\xi(t)$ та $\eta(t)$. Приріст $\dot\xi(t)$ має нормальний закон розподілу, а $\xi(t)$ – невідомий. Приріст $\dot\eta(t)$ має пуассонівський закон розподілу, а $\eta(t)$ – невідомий. Сталі W_1 та W_2 виступають невідомими коефіцієнтами.

Таким чином, до відомої правої частини детермінованої моделі динаміки руху обсягу фармацевтичного товару при стохастичному моделюванні правомірно включати як доданок лінійну комбінацію $W_1\dot\xi(t)+W_2\dot\eta(t)$ вінерівського та пуассонівського процесів. Похідні вінерівського $\dot\xi(t)$ та пуассонівського $\dot\eta(t)$ процесів слід розуміти в узагальненому розумінні (узагальнені похідні) – похідні від функціоналів.

У математичному плані система (1)-(5) є задачею оптимального керування за грошовим кредитом $k_{оп}$ та оптимальної траєкторії за обсягом товару $v_{оп}$.

Дослідження стохастичної моделі. Дослідження задачі стохастичного оптимального керування (1) – (5) включає два етапи:

1) побудова лівого процесу кредитування з визначенням моменту перемикання керування;

2) вибір правого процесу кредитування та формування оптимального процесу кредитування.

1. Лівий процес кредитування. Для дослідження стохастичної моделі (1)-(3), (5) використаємо стохастичні достатні умови оптимальності [16], за якими рівняння Беллмана з крайовою умовою набувають вигляду

$$\inf_k R(t,k,v,V)\equiv\inf_k\left\{\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial V}{\partial v}(k-\alpha v)+0.5W_1^2\frac{\partial^2V}{\partial v^2}+\lambda\left[V(t,v+W_2)-V(t,v)\right]-(\gamma\alpha v-pk)\right\}=0,\quad V(T,v(T))=0,$$

де шукана функція V – неперервно-диференційована один раз по t та двічі по v на декартовому добутку $[0,T]\times\{v\ge0\}$.

Для врахування обмеження (4) застосуємо метод Лагранжа, за яким треба мінімізувати функцію

$$\widetilde R(t,k,v,\chi,V)\equiv R(t,k,v,V)+\chi\left[\varepsilon-\gamma\alpha v(t)+pk(t)\right],$$

тобто

$$\inf_{k,\chi}\widetilde R(t,k,v,\chi,V)=0,\ t\in[0,T],\quad V(T,v(T))=0.$$

Необхідною умовою оптимальності за χ функції $\widetilde R$ є $\frac{\partial\widetilde R}{\partial\chi}=0$, тобто

$$\varepsilon-\gamma\alpha v(t)+pk(t)=0,\ t\in[0,T]. \qquad (6)$$

Функція R лінійна по керуванні за грошовим кредитом k, а тому найменшого значення R приймає при лівому керуванні за грошовим кредитом

$$k_{лів}(t)=\begin{cases}k_0, & \text{якщо } \frac{\partial V}{\partial v}+p<0,\\ 0, & \text{якщо } \frac{\partial V}{\partial v}+p>0,\\ \text{довільне із } [0,k_0], & \text{якщо } \frac{\partial V}{\partial v}+p=0,\end{cases}\qquad t\in[0,T]. \qquad (7)$$

Із рівності $\frac{\partial V}{\partial v}+p=0$ та умови $V(T,v_T)=0$ одержимо залежність

$$V(t,v)=-p\left[v(t)-v(T)\right],\ t\in[t_0,T]. \qquad (8)$$

Підставимо V у рівняння Беллмана, з якого визначимо оптимізаційну величину

$$\tilde v=\frac{\lambda W_2}{\alpha(\gamma-p)},\ \gamma\ne p \qquad (9)$$

та підставимо її у середню динаміку обсягу товару. Звідки визначимо керування $k_{лів}$ при $\frac{\partial V}{\partial v}+p=0$. Для цього потрібно отримати середню динаміку обсягу товару стохастичної моделі (1) із використанням властивостей для вінерівського та пуассонівського процесів [15]

$$M\dot\xi(t)=\left(M\xi(t)\right)^\bullet=0,\ M\dot\eta(t)=\left(M\eta(t)\right)^\bullet=(\lambda t)^\bullet=\lambda,\ t\in[0,T]. \qquad (10)$$

В результаті чого отримаємо $\tilde k=\lambda W_2(\gamma-p)^{-1}(1-\gamma+p)$. Якщо виконується нерівність $\tilde k\ge k_0$, то треба взяти за ліве керування $k_{лів}=k_0$.

При $\tilde{k} \le 0$ за ліве керування візьмемо $k_{\text{лів}} = 0$. Тоді (7) набуває вигляду

$$k_{\text{лів}}(t) = \begin{cases} k_0, & \text{якщо } \dfrac{\partial V}{\partial v} + p < 0, \\ 0, & \text{якщо } \dfrac{\partial V}{\partial v} + p > 0, \\ \tilde{k}, & \text{якщо } 0 < \tilde{k} < k_0 \text{ та } \dfrac{\partial V}{\partial v} + p = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Слід зауважити, що при $W_2 = 0$ (відсутності пуассонівського процесу) ліве керування за обсягом товару має вигляд

$$k_{\text{лів}}(t) = \begin{cases} k_0, & \text{якщо } \dfrac{\partial V}{\partial v} + p < 0, \\ 0, & \text{якщо } \dfrac{\partial V}{\partial v} + p \ge 0, \end{cases} \quad t \in [0,T]. \quad (12)$$

Таким чином, при відсутності пуассонівського процесу ($W_2 = 0$, формула (12)) система (1)-(5) має два лівих керування $k_{\text{лів}}(t)$, а у випадку присутності ($W_2 \ne 0$, формула (11)) – три лівих керування $k_{\text{лів}}(t)$, $t \in [0,T]$.

Відповідні стохастичні ліві траєкторії за обсягом товару $v_{\text{лів}}(t)$, $t \in [0,T]$ визначаються одним з числових методів інтегрування стохастичної початкової задачі (1)-(2) при $k = k_{\text{лів}}$ [22]. Слід зауважити, що звичайними методами інтегрувати стохастичні диференціальні моделі не можна [15]. Причому цьому ліва траєкторія $v_{\text{лів}}(t)$, $t \in [0,T]$ є неперервно-диференційованою, оскільки $k_{\text{лів}}$, W_1 і W_2 – сталі величини [22, 23].

Відповідні середні ліві траєкторії $v_{\text{лів}}^{(c)}$ із використанням рівностей (10) визначаються із середньої початкової задачі (1)-(2) і набувають вигляду (середні початкові задачі інтегруються у звичайному розумінні):

– для $k_{\text{лів}} = k_0$ (надання кредиту у повному обсязі)

$$v_{\text{лів}}^{(c)}(t) = Mv_0 e^{-\alpha t} + (k_0 + \lambda W_2)\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha t}\right), \ t \in [0,T]; \quad (13)$$

– для $k_{\text{лів}} = \tilde{k}$ (надання кредиту не у повному обсязі (частково))

$$v_{\text{лів}}^{(c)}(t) = Mv_0 e^{-\alpha t} + \left(\tilde{k} + \lambda W_2\right)\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha t}\right), \quad (14)$$

при $0 < \tilde{k} < k_0$, $t \in [t_0, T]$;

– для $k_{\text{лів}} = 0$ (відмова у кредитуванні)

$$v_{\text{лів}}^{(c)}(t) = Mv_0 e^{-\alpha t} + \alpha^{-1}\lambda W_2\left(1 - e^{-\alpha t}\right), \ t \in [0,T]. \quad (15)$$

Таким чином, отримали стохастичні та середні ліві траєкторії $\{k_{\text{лів}}(t), v_{\text{лів}}(t), t \in [0,T]\}$:

– при $W_2 \ne 0$ – три лівих процеси керування (режими кредитування): повне, часткове та відсутнє кредитування;

– при $W_2 = 0$ – два лівих процеси керування (режими кредитування): повне та відсутнє кредитування.

Визначені режими кредитування призначені для вибору пріоритетного режиму серед режимів повного кредитування, часткового кредитування та відсутності кредитування на лівому відрізку часу (періоді).

Виберемо режим кредитування. Нехай це буде режим повного кредитування. Для нього визначимо момент перемикання керуванням. Зауважимо, що для інших режимів кредитування (часткового та відсутного) визначення моменту перемикання керування проводиться аналогічно.

Рівняння для визначення моменту перемикання процесом кредитування ς одержимо, підставивши (13) у (6):

а) при $W_2 \ne 0$ (присутності пуассонівського процесу)

$$\varepsilon + pk_0 - \gamma\alpha\left(Mv_0 e^{-\alpha t} + (k_0 + \lambda W_2)\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha t}\right)\right) = 0, \ t \in [0,T];$$

б) при $W_2 = 0$ (відсутності пуассонівського процесу)

$$\varepsilon + pk_0 - \gamma\alpha\left(Mv_0 e^{-\alpha t} + k_0\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha t}\right)\right) = 0, \ t \in [0,T].$$

Звідси маємо

– для випадку а) при $\dfrac{\gamma\alpha Mv_0 - \gamma(k_0 + \lambda W_2)}{\varepsilon + pk_0 - \gamma(k_0 + \lambda W_2)} > 0$

$$\varsigma = \alpha^{-1}\ln\frac{\gamma\alpha Mv_0 - \gamma(k_0 + \lambda W_2)}{\varepsilon + pk_0 - \gamma(k_0 + \lambda W_2)}, \ \varsigma \in [0,T]$$

та при цьому стохастичний і середній лівий процес кредитування набуває вигляду $\{k_0, v_{\text{лів}}(t), t \in [0,\varsigma]\}$;

– для випадку б) при $\dfrac{\gamma\alpha Mv_0 - \gamma k_0}{\varepsilon + pk_0 - \gamma k_0} > 0$

$$\varsigma = \alpha^{-1}\ln\frac{\gamma\alpha Mv_0 - \gamma k_0}{\varepsilon + pk_0 - \gamma k_0}, \ \varsigma \in [0,T]$$

та при цьому стохастичний і середній лівий процес кредитування набуває вигляду $\{k_0, v_{\text{лів}}(t), t \in [0,\varsigma]\}$.

Таким чином, знайдені ліві процеси кредитування та момент перемикання керування кредитуванням.

2. Правий та оптимальний процеси кредитування. Для лівого режиму повного кредитування за правий режим кредитування виберемо, наприклад, режим відсутності кредитування. Зауважимо, що у випадку вибору режиму часткового кредитування розрахунки проводитимуться аналогічно.

Стохастична права траєкторія за обсягом фармацевтичного товару $v_{\text{пр}}(t)$, $t \in [\varsigma, T]$ при правому керуванні за кредитуванням $k_{\text{пр}}(t) = 0$, $t \in [\varsigma, T]$ визначається одним із числових методів [22] із стохастичної початкової задачі

$$\dot{v}_{\text{пр}}(t) = -\alpha v_{\text{пр}}(t) + W_1\dot{\xi}(t) + W_2\dot{\eta}(t), \ t \in [\varsigma, T],$$

$$v_{\text{пр}}(\varsigma) = v_{\text{лів}}(\varsigma).$$

Тоді стохастичний оптимальний процес $\{k_{\text{оп}}(t), v_{\text{оп}}(t), t \in [0,T]\}$ набуває вигляду:

– за обсягом товару

$$v_{\text{оп}}(t) = \begin{cases} v_{\text{лів}}(t), \text{ якщо } t \in [0, \zeta], \\ v_{\text{пр}}(t), \text{ якщо } t \in [\zeta, T]; \end{cases}$$

– за кредитуванням

$$k_{\text{оп}}(t) = \begin{cases} k_0, \text{ якщо } t \in [0, \zeta), \\ 0, \ \text{ якщо } t \in [\zeta, T]. \end{cases}$$

Середній правий процес за обсягом товару $v_{\text{пр}}^{(c)}(t)$, $t \in [\varsigma, T]$ при правому керуванні за кредитуванням $k_{\text{пр}}(t) = 0$, $t \in [\varsigma, T]$ набуває вигляду:

$$k_{\text{пр}}(t) = 0,$$

$$v_{\text{пр}}^{(c)}(t) = v_{\text{лів}}^{(c)}(\varsigma)e^{-\alpha(t-\varsigma)} + \lambda W_2\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha(t-\varsigma)}\right), \ t \in [\varsigma, T].$$

Тоді середній оптимальний процес $\left\{k_{оп}(t), v_{оп}^{(c)}(t), t \in [0,T]\right\}$ має вигляд:

$$v_{оп}^{(c)}(t) = \begin{cases} v_{лів}^{(c)}(t), \text{ якщо } t \in [0,\zeta], \\ v_{пр}^{(c)}(t), \text{ якщо } t \in [\zeta,T]; \end{cases}$$

$$k_{оп}(t) = \begin{cases} k_0, \text{ якщо } t \in [0,\zeta), \\ 0, \text{ якщо } t \in [\zeta,T]. \end{cases}$$

Зауважимо, що оптимальна траєкторія за обсягом товару є неперервно-диференційованою функцією на $[0,T]$, а оптимальне керування за кредитуванням – кусково-неперервною функцією на $[0,T]$.

Обчислимо прибуток від реалізації обсягу товару

$$\Phi_{приб} = \int_0^T \left[\gamma\alpha v_{оп}^{(c)}(t) - pk_{оп}(t) \right] dt .$$

Якщо лівий процес є режимом повного кредитування, а правий процес – режимом відсутності кредитування, одержимо

$$\Phi_{приб} = \int_0^{\varsigma} \left[\gamma\alpha M v_0 e^{-\alpha t} + \gamma\left(k_0 + \lambda W_2\right)\left(1 - e^{-\alpha t}\right) - pk_0 \right] dt + \int_{\varsigma}^{T} \gamma\alpha v_{лів}^{(c)}(\varsigma) e^{-\alpha(t-\varsigma)} + \gamma\lambda W_2 \left(1 - e^{-\alpha(t-\varsigma)}\right) dt =$$

$$= \left[\gamma\left(k_0 + \lambda W_2\right) - pk_0\right]\varsigma + \gamma\left[Mv_0 - \left(k_0 + \lambda W_2\right)\alpha^{-1}\right]\left(1 - e^{-\alpha\varsigma}\right) + \gamma\lambda W_2 (T - \varsigma) + \gamma\left(v_{лів}^{(c)}(\varsigma) - \alpha^{-1}\lambda W_2\right)\left(1 - e^{-\alpha(T-\varsigma)}\right),$$

де $v_{лів}^{(c)}(\varsigma) = Mv_0 e^{-\alpha\varsigma} + \left(k_0 + \lambda W_2\right)\alpha^{-1}\left(1 - e^{-\alpha\varsigma}\right)$.

Зауважимо, що для $W_2 = 0$ маємо прибуток при відсутності пуассонівського процесу.

Таким чином, отримали стохастичний і середній оптимальний процес кредитної стратегії компанії-дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції у випадку режимів повного та відсутного кредитування. Аналогічно можна отримати стохастичні та середні оптимальні процеси кредитної стратегії компанії-дистриб'ютора для режимів:

1. "повне + часткове" кредитування;
2. "часткове + відсутнє" кредитування;
3. "повне + часткове + відсутнє" кредитування.

При цьому для третього випадку ми будемо мати два моменти перемикання керування кредитною стратегією дистриб'ютора.

Із практичної сторони при стохастичному моделюванні необхідно визначити довірчі проміжки для реальних випадкових процесів по заданій ймовірності. Нехай проведено N обчислюваних експериментів по визначенню N ансамблів оптимального обсягу товару $v_{оп}^{i}(t), i = \overline{1,N}$, $t \in [0,T]$ при оптимальному кредитуванні $k_{оп}(t)$, $t \in [0,T]$. Обчислимо вибіркове середнє оптимального обсягу товару [24, с. 213]

$$v_{оп}^{(ВС)}(t) = N^{-1} \sum_{i=1}^{N} v_{оп}^{(i)}(t), \ t \in [0,T]$$

та вибіркове середнє квадратичне відхилення оптимального обсягу товару

$$\sigma_{оп}^{(ВС)}(t) = \sqrt{D_{оп}^{(ВС)}(t)}, \ t \in [0,T],$$

де $D_{оп}^{(ВС)}(t)$ – вибіркова дисперсія оптимального обсягу товару [24, с. 213]

$$D_{оп}^{(ВС)}(t) = (N-1)^{-1} \sum_{i=1}^{N} \left(v_{оп}^{(i)}(t) - v_{оп}^{(ВС)}(t) \right)^2, \ t \in [0,T].$$

Довірчим проміжком длядисперсії оптимального обсягу товару нормальної генеральної сукупності є проміжок [24, с. 219]

$$\left(\frac{(N-1) D_{оп}^{(ВС)}(t)}{\chi^2_{1-\frac{\theta}{2}}(N-1)}; \frac{(N-1) D_{оп}^{(ВС)}(t)}{\chi^2_{\frac{\theta}{2}}(N-1)} \right), \ t \in [0,T],$$

де $\chi^2_{1-\frac{\theta}{2}}(N-1)$ і $\chi^2_{\frac{\theta}{2}}(N-1)$ мають розподіл Пірсона при $(N-1)$ ступенях вільності та заданій довірчій ймовірності $\theta \in (0;1)$ [24, с. 238-239].

Тоді довірчим проміжком для реального оптимального обсягу товару з ймовірністю $\theta \in (0;1)$ є

$$\left(v_{оп}^{(c)}(t) - \frac{\sigma_{оп}^{(ВС)}(t)}{\sqrt{N}} \cdot t_{\frac{\theta}{2}}(N-1); v_{оп}^{(c)}(t) + \frac{\sigma_{оп}^{(ВС)}(t)}{\sqrt{N}} \cdot t_{\frac{\theta}{2}}(N-1) \right), \ t \in [0,T],$$

де $t_{\theta}(N-1)$ має розподіл Стюдента з $(N-1)$ ступенями вільності.

Насамкінець зауважимо, що оскільків Україні мають місце нестабільні та непередбачувані інфляційні процеси, змінюється курс іноземних валют, то банківська установа може змінювати відсоткову ставку, визначену кредитним договором. Тому актуальності набуває стохастичне моделювання оптимальної кредитної стратегії компанії-дистриб'ютора при кусково-постійній відсотковій ставці

$$p(t) = \begin{cases} p_1, \text{ якщо } t \in [0,t_1), \\ p_2, \text{ якщо } t \in [t_1,T], \end{cases}$$

де $t_1 \le T$ та $p_1 \ne p_2$ згідно з описаною вище методикою.

Висновки

1. Запропонована стохастична модель оптимальної кредитної стратегії компанії-дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції та проведено її дослідження.
2. З'ясовано, що у запропонованій моделі оптимальне керування за обсягом кредитування та момент перемикання керування є детермінованими величинами і не залежать від коефіцієнта при вінерівському процесі, а оптимальна траєкторія за обсягом товару має стохастичний характер.
3. Стохастична модель оптимальної кредитної стратегії компанії-дистриб'ютора при ненульовому коефіцієнті при пуассонівському процесі має три режими кредитування (повне, часткове та відсутнє кредитування), а при нульовому – два режими кредитування (повне та відсутнє кредитування).
4. Визначено довірчі проміжки для середнього та дисперсії нормальної генеральної сукупності оптимального обсягу товару за заданою ймовірністю.

Дискусія. Побудована у даній роботі модель базується на основі детермінованої моделі оптимальної кредитної стратегії дистриб'ютора [20, 21] і демонструє один з можливих підходів до моделювання оптимальної поведінки дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції. На її основі можна побудувати, наприклад, детерміновані та стохастичні моделі оптимальної поведінки дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції при кусково-сталій відсотковій ставці, моделі із запізненням та інші моделі, які будуть формувати та вдосконалювати комплекс системних досліджень у даній галузі.

Список використаних джерел

1. Бортницький В. А.Перспективи фармацевтики як системоутворюючої галузі розбудови інноваційних систем / В. А. Бортницький // Формування ринкових відносин в Україні. – 2012. – № 10. – С. 154-159. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/j-pdf/frvu_2012_10_36.pdf
2. Карпишин, Н. Шляхи оптимізації фінансового забезпечення охорони здоров'я в Україні / Н. Карпишин // Світ фінансів. – 2009. – № 4. – С. 99-104.
3. *Дремова, Н. Б.* Развитие методологии маркетинговых исследований в фармации / Н.Б. Дрёмова // Сб. "Человек и его. здоровье". Курский науч.-практ. вестн. – 2005. – №1. – С.62-76.
4. *Паласюк, Б. М.* Використання імітаційного моделювання для удосконалення управління запасами компанії-дистриб'ютора на ринку препаратів фармацевтичної промисловості / Б. М. Паласюк // Управління, економіка та забезпечення якості в фармації. – 2013. – № 2(28). – С. 85–93.
5. *Посылкина О. В.* Современные подходы к управлению запасами в оптовых фармацевтических компаниях / О. В. Посылкина, А. Г. Хромых, Ю. Е. Новицкая // Модернизация России : ключевые проблемы и решения: труды XV междунар. науч.-практ. конф., Москва, 18-19 дек. 2014 г. – М., 2014.
6. Тригуб М. В.Управление нелинейными стохастическими системами / М. В. Тригуб, В. В. Ясинский // Пробл. упр. и информатики. – 2001. – № 2. – С. 72-81.
7. *Габасов Р.* Синтез оптимальных управлений для динамических систем при неполной и неточной информации об их состояниях / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, О. И. Костюкова // Тр. матем. ин-та им. В. А. Стеклова РАН. Оптимальное управление и дифференц. уравнения. Т. 211. – М.: Наука, 1995. – С. 140-152.
8. *Третьяков В. Е.* Оптимальное управление системами с неполной и неточной информацией / В. Е. Третьяков, И. В. Целищева, Г. И. Шишкин // Сборник научных трудов, Тр. ИММ УрО РАН, 2, 1992, 176–187.
9. *Красовский Н. Н.* Управление при дефиците информации (Control with information deficit) / Н.Н. Красовский, С.И. Тарасова, В.Е. Третьяков, Г.И.Шишкин // Пробл. упр. и теории информ. – 1986. – Т.15, No.3. – С.Р1-Р13.
10. *YuenK. -V.* Reliability-based robust control for uncertain dynamical systems using feedback of incomplete noisy response measurements / Ka-Veng Yuen and James L. Beck // Earthquake engineering and structural dynamics. – 2003. – No. 32. – P. 751–770.
11. Quincampoix M. Optimal control of uncertain systems with incomplete information for the disturbances / M. Quincampoix, V.M. Veliov // SIAM Journal on Control and Optimization. – 2004. – Vol. 43, No. 4. – P. 1373-1399
12. *Сергиенко И. В.*Исследование устойчивости и параметрический анализ дискретных оптимизационных задач / И. В. Сергиенко, Л. Н. Козерацкая, Т. Т. Лебедева. – К. : Наукова думка, 1995. – 170 с.
13. *Sergienko I.V.* Optimal Control of Distributed Systems with Conjugation Conditions. / *I.V. Sergienko, V.S. Deineka.* – New York: Kluwer Akademic Publishers, 2005. – 400 p.
14. *Айда-заде К. Р.* О решении задач оптимального управления на классе кусочно-постоянных функций / К.Р. Айда-заде, А.Б. Рагимов // Автоматика и вычислительная техника. – 2007. – Т. 41. № 1. – С. 27-36.
15. *Скороход А. В.* Лекції з теорії випадкових процесів: [навч. Посібник] / *А. В.Скороход* – К.: Либідь, 1990. – 168 с.
16. *Андреева Е. А.* Управление системами с последействием / Е. А. Андреева, Е. Б. Колмановский, Л. Е. Шайхет. – М.: Наука, 1992. – 336 с.
17. *Бойчук М. В.* Стохастическое моделирование полного цикла однопродуктовой макроэкономики роста / М. В. Бойчук, А. Р. Семчук // Кибернетика и системный анализ, 2013. – Т. 49, № 2. – С.156-163.
18. *Бойчук М. В.* Стохастическая модель полного цикла оптимальной эколого-экономической динамики / М. В. Бойчук, А. Р. Семчук // Проблемы управления и інформатики, 2013.– № 2. – С.125-139.
19. *Бойчук М. В.* Стохастична модель оптимізації економіки із лінійним за споживанням еколого-економічним критерієм та запізненням / М. В. Бойчук, А. Р. Семчук // Збірник наукових праць ЛНУ імені Івана Франка "Формування ринкової економіки в Україні" Економічна серія 2011. – Вип. 25. – С. 12-27.
20. *Григорків В. С.* Моделювання оптимальної кредитної стратегії ріелтера /В. С. Григорків, О. І. Ярошенко // Економічна кібернетика. – Донецьк, ДонНУ, 2007. – №1-2(43-44). – С. 4-9.
21. *Бойчук М.В.* Оптимізація кредитної стратегії компанії – дистриб'ютора на ринку фармацевтичної продукції / М.В. Бойчук, О.І. Ярошенко // Науковий вісник Буковинського державного фінансово-економічного університету: Вип. 28. Економічні науки. – Чернівці: БДФЕУ, 2015. – С.258-263.
22. *Юрченко І. В.* Методи стохастичного моделювання систем / І.В. Юрченко, Л.І. Ясинська, В.К. Ясинський. – Чернівці: Вид-во "Прут", 2002.– 416 с.
23. Гихман И. И. Управляемые случайные процессы : научное издание / И. И. Гихман, А. В. Скороход. – К.: Наук. думка, 1977. – 251 с.
24. Эконометрика. Начальный курс. Учеб. / [Я.Р. Магнус, П.К. Катышев, А.А. Пересецкий]. – 2-е изд., испр. – М.: Дело, 1998. – 248 с.

Надійшла до редколегії 24.09.15

М. Бойчук, канд.физ.-мат.наук, доц.,
Е. Ярошенко, канд.экон.наук, доц.
Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича, Черновцы, Украина

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КРЕДИТНОЙ СТРАТЕГИИ КОМПАНИИ-ДИСТРИБЬЮТОРА НА РИНКЕ ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ ПРОДУКЦИИ

В работе построена и исследована стохастическая модель оптимального поведения дистрибьютора на рынке фармацевтической продукции, проведено обоснование использования винеровского и пуассоновского процессов в предложенной модели и описана структура оптимального процесса.

Ключевые слова: дистрибьютор фармацевтической продукции; оптимальное управление; стохастическая модель.

M. Boychuk, PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor,
O. Yaroshenko, PhD in Economics, Associate Professor
Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, Ukraine

STOCHASTIC MODELING OF OPTIMIZED CREDIT STRATEGY OF A DISTRIBUTING COMPANY ON THE PHARMACEUTICAL MARKET

The activity of distribution companies is multifaceted. They establish contacts with producers and consumers, determine the range of prices of medicines, do promotions, hold stocks of pharmaceuticals and take risks in their further selling.

Their internal problems are complicated by the political crisis in the country, decreased purchasing power of national currency, and the rise in interest rates on loans. Therefore the usage of stochastic models of dynamic systems for the research into optimizing the management of pharmaceutical products distribution companies taking into account credit payments is of great current interest.

A stochastic model of the optimal credit strategy of a pharmaceutical distributor in the market of pharmaceutical products has been constructed in the article considering credit payments and income limitations.

From the mathematical point of view the obtained problem is the one of stochastic optimal control where the amount of monetary credit is the control and the amount of pharmaceutical product is the solution curve.

The model allows to identify the optimal cash loan and the corresponding optimal quantity of pharmaceutical product that comply with the differential model of the existing quantity of pharmaceutical products in the form of Ito; the condition of the existing initial stock of pharmaceutical products; the limitation on the amount of credit and profit received from the product selling and maximize the average integral income.

The research of the stochastic optimal control problem involves the construction of the left process of crediting with determination of the shift point of that control, the choice of the right crediting process and the formation of the optimal credit process.

It was found that the optimal control of the credit amount and the shift point of that control are the determined values and don't depend on the coefficient in the Wiener process and the optimal trajectory of the amount of pharmaceutical product has a stochastic character.

If the coefficient in the Poisson process differs from zero, then there are three modes of crediting (full, partial and absence of crediting), and if the coefficient equals to zero there are two modes of financing (full and the absence of crediting).

Key words: pharmaceutical distributor; optimal control; stochastic model.