Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Economics, 2016; 4(181): 12-17
УДК 338.1
JEL C62, D83, E24, J24, O41
DOI: http://dx.doi.org/10.17721/1728-2667.2016/181-4/2

О. Ляшенко, д-р екон. наук, проф.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ ПРИ УМОВІ НАВЧАННЯ НА ВЛАСНОМУ ДОСВІДІ ТА РОЗПОВСЮДЖЕННІ ЗНАНЬ

Розглядається узагальнена параметрична модель, яка є модифікацією моделі Ромера. Дана модель описує залежність випуску продукції від індекса знань, доступних даній фірмі. В результаті дослідження отримане сімейство моделей між двома крайніми випадками – неокласичною моделлю децентралізованого типу та нестаціонарною АК-моделлю. В моделі зроблене припущення, що всі відкриття є неочікуваними побічними продуктами інвестицій та що ці відкриття миттєво стають загальним знанням.

Ключові слова: економічне зростання; розповсюдження знань; АК-модель; виробнича функція; ендогенне зростання.

Вступ. Моделі економічного зростання широко представлені в економічних дослідженнях. На основі цих моделей вирішуються різноманітні задачі аналізу та прогнозування розвитку національних економік. Сучасні моделі економічного зростання враховують можливість інвестування не лише у фізичний капітал, але й ряд інших виробничих ресурсів. Це пов'язано з визнанням того, що зростанню ефективності використання виробничих ресурсів сприяє велике число різноманітних факторів, сукупність яких охоплюється поняттям науково-технічного прогресу.

В основі сучасної неокласичної теорії економічного зростання лежать роботи П. Ромера, Р.Лукаса, С.Ребело, які спираються на результати досліджень К.Ерроу, Х.Удзави, Е.Шешинскі. Відмінною рисою цих моделей є виділення окремого сектору наукових досліджень або сектора освіти. Таким чином, розглядаються два сектори: виробничий сектор та сектор наукових досліджень (або сектор освіти), що випускає продукт "знання". Збільшення запасу знань в економіці може відбуватись в результаті роботи сектора наукових досліджень (наприклад, через збільшення числа науково-технічних розробок) або сектора освіти (через збільшення людського капіталу).

Початок сучасної теорії економічного зростання поклала стаття Рамсея [1], в якій запропонована міжчасова функція корисності. Ця функція знайшла своє широке використання, таке ж, як і загальновідома виробнича функція Кобба-Дугласа [2]. Теорія економічного зростання пережила три основних хвилі розвитку. Перша була пов'язана з роботою Е.Лундберга [3] та розвинута Харродом [4] та Домаром [5]. Ці роботи з'явились в кінці 30-х та 40-х років. В середині 50-х років поява неокласичної моделі зростання Солоу [6] та Свана [7] викликала другу, більш тривалу хвилю інтересу дослідників-економістів до даної тематики. Потім в розвитку теорії економічного зростання настав двадцятирічний застій. Потрібен був якийсь новий підхід. Почалась третя хвиля досліджень в середині 80-х років з робіт Ромера [8] та Лукаса [9] та продовжується до теперішнього часу.

Важливі результати були одержані в роботах Солоу [6] і Свана [7], в яких неокласична виробнича функція була об'єднана з припущенням про сталість норми збереження. Це дозволило створити досить просту модель економічної рівноваги. Модель Солоу-Свана показала, що при відчутності тривалих покращень в технології зростання на душу населення в кінці кінців зупиняється. Загальновизнано, що це є закономірним наслідком припущення про зменшуючу віддачу капіталу.

Теоретики неокласичного зростання кінця 50-х – початку 60-х рр. визнали таке моделювання недостатнім та часто доповнювали його припущенням про екзогенність науково-технічного прогресу. Це дозволило говорити про позитивний, можливо, постійний темп зростання на довгостроковому проміжку, причому це зростання залежить від темпу науково-технологічного прогресу, який визначається поза моделлю. Касс [10] та Купманс [11] застосували рамсеєвський аналіз оптимізації споживача до неокласичної моделі зростання і, таким чином, використали ендогенне задання норми заощаджень. Касс і Купманс вбудували аналіз Рамсея оптимального споживання в неокласичну модель зростання шляхом ендогенного детермінування норми збереження. В моделі Касса-Купманса рівновага підтримується децентралізованою конкурентною структурою, в якій капітал і праця оплачуються своїми граничними продуктами. При цьому децентралізовані розв'язки є Парето-оптимальними.

Однак це не прибирає залежність довгострокового темпу зростання від екзогенного науково-технологічного прогресу. Рівновага неокласичної моделі зростання у версії Касса-Купманса може спиратись на децентралізацію та конкурентність, коли виробничі фактори – труд та капітал – окупають свій граничний продукт. Тоді повний дохід вичерпує повний продукт через припущення про постійну віддачу від масштабу для виробничої функції. На цьому була завершена побудова базової неокласичної моделі зростання. Далі теорія зростання ставала все більш технічною і втрачала зв'язок з емпіричними додатками.

У кінці 1980-х років завдяки роботам Ромера [8] і Лукаса [9] виник новий інтерес до дослідження економічного зростання. Замість того, щоб підтримувати довгостроковий темп зростання штучно коефіцієнтом екзогенного технологічного прогресу в роботах цих авторів довгостроковий темп зростання визначається всередині самої моделі (звідси пішла назва "моделі ендогенного зростання").

Ерроу [12] та Шешинскі [13] створили моделі, в яких розглядали механізм, названий "learning-by-doing" (навчання в процесі виробництва). В таких моделях відкриття будь-якої людини негайно "розтікається" (ефект "spillover") по всій економіці. Ряд авторів – Франкель [14], Гриліхес [15], Ромер [8], Лукас [9] побудували моделі ендогенного зростання, в яких центральну роль відіграють ефекти розповсюдження знань (досвіду). Фірма, що збільшує об'єм свого фізичного капіталу, одночасно дізнається, як виробляти більш ефективно. Такий позитивний вплив досвіду на виробництво називається навчанням на власному досвіді або навчанням на власних інвестиціях. Це миттєвий дифузійний процес, який технічно можливий, оскільки знання не конкурентне. Пізніше Ромер [16] показав, що конкурентність може зберігатись в цьому випадку для встановлення рівноважного темпу науково-технічного прогресу, але результуючий темп зростання не повинен бути Паретооптимальним. Більш узагальнено, конкурентність падає, якщо відкриття частково залежить від цілеспрямованих, спеціально фінансованих досліджень, і якщо інновації поступово поширюються на інших виробників. В цій реалістичній постановці децентралізована теорія науково-технологічного прогресу потребує змін в неокласичній моделі зростання для включення моделей недосконалої конкуренції.

Барро та Сала-і-Мартін [2] стверджують, що множник A_i повинен залежати від середнього капіталу на одного робітника K/L, а не від агрегованого капіталу K. Ця альтернативна специфікація була запропонована в роботі Франкеля [9]. В роботі Лукаса [8] також використана дана специфікація, оскільки Лукас вважає, що до процесів навчання та розповсюдження знань залучений людський капітал і що кожний виробник отримує вигоду від середнього рівня людського капіталу в економіці, а не від агрегованого. Таким чином, замість того, щоб враховувати акумулювання знань чи досвіду інших виробників, Лукас концентрує увагу на вигоді від взаємодії (безкоштовної) з середньою людиною, яка має середній рівень навичок та знань. Формулювання Лукаса може пройти, якщо ми будемо вважати, що наявність дурних людей утруднює ідентифікацію та використання хороших ідей, генерованих розумними людьми.

Розглянемо неокласичну виробничу функцію для фірми *i* з трудоінтенсивною технологією:

$$Y_i = F\left(K_i, A_i L_i\right), \tag{1}$$

де K_i та L_i – звичайні ресурси (капітал та праця); A_i – індекс знань, доступних даній фірмі.

Робляться два припущення відносно зростання продуктивності [2]. Перше припущення: навчання на власному досвіді відбувається через чисті інвестиції кожної фірми. Отже, приріст капіталу фірми веде до паралельного приросту у неї обсягу знань. Припущення друге: знання кожної фірми є суспільним товаром, який будь-яка інша фірма може одержати за нульовою ціною. З цих припущень випливає, що зміна технологічного множника кожної фірми A_i відповідає одержанню нового знання в усій економіці, тому вона пропорційна зміні в обсязі агрегованого капіталу K або агрегованої капіталоозброєності K/L. Таким чином, виробничу функцію (1) для фірми *i*, зокрема, можемо записати у вигляді

$$Y_i = F\left(K_i, \frac{K}{L} L_i\right). \tag{2}$$

Будемо припускати, що всі відкриття є неочікуваними побічними продуктами інвестицій та що ці відкриття миттєво стають загальним знанням. Це припущення дозволяє зберегти структуру досконалої конкуренції, хоча результати виявляються неоптимальними за Парето. Крім того, розповсюдження знань здійснюється на рівні всієї економіки. Визначення меж розповсюдження знань вкрай важливе для подальшого практичного застосування даної моделі.

Мета статті – проаналізувати запропоновану узагальнену параметричну модель

$$Y_i = F\left(K_i, K^{\lambda} L_i\right), \quad 0 \le \lambda \le 1 \tag{3}$$

яку можна розглядати як серію проміжних моделей між крайніми випадками: $\lambda = 0$ (неокласична модель) та $\lambda = 1$ (нестаціонарна модель типу *AK*-моделі). При цьому основна увага приділяється визначенню особливої ролі параметра $\lambda \in (0,1)$, що визначає частку капіталу, яка використовується на створення знання.

Методологія. Неокласична модель економічного зростання. Виробнича функція $F(K,L)$ називається неокласичною, якщо вона має такі властивості:

стала ефективність зі зростанням виробництва:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K,L) \text{ для всіх } \lambda > 0. \tag{4}$$

додатна та зменшуючи віддача ресурсів:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0; \quad \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0. \tag{5}$$

умови Інади [17]:

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to 0} \frac{\partial F}{\partial L} = \infty; \quad \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial K} = \lim_{L \to \infty} \frac{\partial F}{\partial L} = 0. \tag{6}$$

істотність:

$$F(0,L) = F(K,0) = 0. \tag{7}$$

З перших трьох властивостей випливає, що випуск прямує до нескінченості, якщо величина будь-якого з ресурсів нескінченно зростає [2].

У неокласичній виробничій функції можна перейти до змінних на душу населення. Дійсно, обираючи в (4) $\lambda = \frac{1}{L}$, одержуємо

$$Y = F(K,L) = LF\left(\frac{K}{L}, 1\right) = Lf(k), \tag{8}$$

де $k = \frac{K}{L}$ – капіталоозброєність (капітал на одного працівника), $y = \frac{Y}{L}$ – продуктивність праці (випуск на одного працівника) і функція. Таким чином, неокласична виробнича функція може бути записана в інтенсивній формі

$$y = f(k). \tag{9}$$

Тоді

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = f'(k), \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = f(k) - kf'(k), \tag{10}$$

$$\lim_{k \to 0} f'(k) = \infty, \quad \lim_{k \to 0} f'(k) = 0. \tag{11}$$

Розглянемо неокласичну модель загальної рівноваги. У конкурентній економіці капітал та праця оплачуються своїми граничними продуктами, тобто граничний продукт капіталу дорівнює ціні оренди R, а граничний продукт праці дорівнює ставці заробітної плати ω. Отже,

$$f'(k) = R, \quad f(k) - kf'(k) = \omega. \tag{12}$$

Вважається, що капітал є однорідним товаром, який вибуває з сталим темпом амортизації $\delta > 0$. Тоді чистий приріст об'єму фізичного капіталу за одиницю часу дорівнює валовому інвестуванню за вирахуванням амортизації:

$$\dot{K} = I - \delta K, \quad K(0) = K_0, \tag{13}$$

де $\dot{K} = \frac{dK}{dt}$. Рівняння (8) визначає динаміку K при заданій технології та праці.

Трудовий ресурс L змінюється з часом внаслідок зростання населення. Будемо вважати, що населення зростає з сталим екзогенним темпом приросту $\frac{\dot{L}}{L} = n \ge 0$. Якщо ми пронормуємо число людей в момент часу $t = 0$ до одиниці, то населення та робоча сила в момент часу $t > 0$ описується рівнянням

$$L(t) = e^{nt}. \tag{14}$$

Розглянемо конструкцію, в якій у явному вигляді присутні ринки. Нехай домогосподарства не володіють технологією, а володіють лише фінансовими активами та працею. Активи виробляють норму дохідності $r(t)$, а праця оплачується за ставкою заробітної плати $\omega(t)$. Таким чином, загальний дохід домогосподарств є сумою доходу від активів та від праці. Тоді після вирахування з доходу об'єму споживання $C(t)$ одержуємо динаміку активів:

$$\frac{d}{dt}(As) = r(As) + \omega L - C, \qquad (15)$$

або після переходу до активів та споживання на одну людину $a = \dfrac{As}{L}$, $c = \dfrac{C}{L}$ одержуємо

$$\dot{a} = (r - n)a + \omega - c. \qquad (16)$$

З урахуванням амортизації основного капіталу з темпом $\delta \geq 0$ чиста норма доходності домогосподарства складає величину $r = R - \delta$, що еквівалентне співвідношенню $R = r + \delta$.

Потік чистого доходу або прибутку репрезентативної фірми задається рівнянням

$$\pi = F(K, L) - (r + \delta)K - \omega L. \qquad (17)$$

Нехай фірма максимізує поточні значення прибутків

$$\pi = L\left[f(k) - (r + \delta)k - \omega\right]. \qquad (18)$$

Конкуруюча фірма, для якої r та δ задані ззовні, максимізує прибуток при заданому L таким чином:

$$f'(k) = r + \delta, \qquad (19)$$

де граничний продукт капіталу дорівнює ціні оренди.

В умовах повної ринкової рівноваги ω повинна бути такою, щоб прибуток дорівнював нулю. Для того, щоб прибуток був нульовий, вимагається, щоб ставка заробітної плати, рівна граничному продукту праці, відповідала значенню *k*, яке задовольняє рівнянню (19):

$$f(k) - kf'(k) = \omega. \qquad (20)$$

Звернемося тепер до визначення рівноваги в економіці. В закритій економіці єдиним активом, що має додатну чисту пропозицію, є капітал, оскільки всі займи всередині економіки повинні бути відсутні. Отже, рівновага на ринку активів означає $a = k$. Якщо підставити цю рівність, а також

$$r = f'(k) - \delta, \quad \omega = f(k) - kf'(k)$$

в рівняння (16), то одержимо фундаментальне рівняння

$$\dot{k} = f(k) - (n + \delta)k - c. \qquad (21)$$

Кожне домогосподарство хоче максимізувати повну корисність U, яка може бути задана як

$$U = \int_0^\infty u(c(t))e^{nt}e^{-\rho t}dt. \qquad (22)$$

Тут функція корисності $u(c)$ є монотонно зростаючою функцією, опуклою вгору: $u'(c) > 0$, $u''(c) < 0$. Також вважається, що $u(c)$ задовольняє умовам Інади: $u'(c) \to \infty$ при $c \to 0$; $u'(c) \to 0$ при $c \to \infty$.

Множення $u(c)$ на розмір сім'ї $L(t) = e^{nt}$ означає підсумовування по всім членам сім'ї на момент часу t. Інший множник $e^{-\rho t}$ містить дисконтну ставку часової переваги $\rho > 0$. Будемо вважати, що $\rho > n$, звідки випливає, що якщо $u(c)$ не змінюється з часом, то інтеграл (22) скінчений і повна корисність U обмежена.

Щоб позбавитись можливості побудови "фінансової піраміди" в домогосподарств, використовується умова трансверсальності

$$\lim_{t\to\infty} a(t) \cdot \exp\left(-\int_0^t \left(r(\xi) - n\right)d\xi\right) = 0. \qquad (23)$$

Оптимізаційна задача домогосподарства полягає в максимізації U із співвідношення (22) при бюджетному обмеженні (16), початковому значенні активів $a(0)$ і обмеженні (23). Також присутні обмеження у вигляді нерівностей $c(t) \geq 0$. Але завдяки умові Інади $u'(c) \to \infty$ при $c \to 0$ обмеження типу $c(t) \geq 0$ ніколи не виявляються зв'язуючими і тому їх можна ігнорувати. Для розв'язання цієї задачі випишемо приведений до поточного часу гамільтоніан:

$$J = u(c(t))e^{-(\rho - n)t} + \nu(t)\left[\omega(t) + \left(r(t) - n\right)a(t) - c(t)\right]. \qquad (24)$$

Умови першого порядку для максимуму U мають вигляд:

$$\frac{\partial J}{\partial c} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nu = u'(c)e^{-(\rho - n)t}, \qquad (25)$$

$$-\frac{\partial J}{\partial a} = \dot{\nu} \quad \Rightarrow \quad \dot{\nu} = -(r - n)\nu. \qquad (26)$$

Умова трансверсальності:

$$\lim_{t\to\infty} \nu(t)a(t) = 0. \qquad (27)$$

Після диференціювання (25) по часу з врахуванням (26) одержимо основне диференціальне рівняння, що визначає рівень споживання протягом часу

$$r = \rho - \left[\frac{u''(c) \cdot c}{u'(c)}\right] \cdot \frac{\dot{c}}{c}. \qquad (28)$$

Згідно цього рівняння домогосподарства визначають для себе рівень споживання таким чином, щоб норма доходності r була рівною сумі ставки часової переваги ρ та темпу зниження граничної корисності споживання u', яка знижується завдяки зростанню споживання c.

Величина еластичності граничної корисності $-\left[\dfrac{u''(c) \cdot c}{u'(c)}\right]$ називається величиною, оберненою еластичності міжчасового заміщення. З рівняння (28) випливає, що в стаціонарному стані, в якому r та $\dfrac{\dot{c}}{c}$ константи, ця еластичність повинна бути константою. В такому випадку, притримуючись загальноприйнятної практики, вважається, що функція корисності має вигляд:

$$u(c) = \frac{c^{1-\theta} - 1}{1 - \theta}, \quad \theta > 0. \qquad (29)$$

Тоді еластичність граничної корисності дорівнює константі $-\theta$, а еластичність заміщення для такої функції корисності дорівнює константі $\sigma = \dfrac{1}{\theta}$.

Із вигляду функції корисності (29) випливає, що умова оптимальності (28) приводиться до вигляду

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r - \rho). \qquad (30)$$

Система рівнянь (21) та (30) є системою рівнянь відносно c та k. З цієї системи, що включає початкову умову $k(0)$ та умову трансверсальності, визначаються траєкторії c та k.

***AK*-модель.** Ключовою властивістю класу моделей ендогенного зростання є відсутність зменшуючої віддачі капіталу. Найпростішою версією виробничої функції без зменшуючої віддачі капіталу є *AK*-функція [18]:

$$Y = A \cdot K, \qquad (31)$$

де A – додатна константа, яка відображає рівень технологій. Повна відсутність зменшуючої віддачі капіталу може виглядати нереалістичною, але ця ідея стає більш правдоподібною, якщо ми будемо вважати K капіталом в широкому розумінні, що включає людський капітал [19]. Випуск на людину y тут дорівнює Ak, а середній продукт капіталу сталий і дорівнює $A > 0$.

Візьмемо модельну схему з попереднього пункту, в якому домогосподарства максимізують корисність

$$U = \int_0^{\infty} e^{-(\rho-n)t}\left[\frac{c^{1-\theta}-1}{1-\theta}\right]dt \qquad (32)$$

при обмеженні

$$\dot{a} = (r-n)a + \omega - c\,, \qquad (33)$$

де a – активи на одну людину, r – процентна ставка, ω – ставка заробітної плати, c – споживання на одну людину, n – темп приросту населення. Як і раніше, ми вводимо обмеження, що виключає створення "фінансових пірамід" і представляє умову трансверсальності

$$\lim_{t\to\infty} a(t)\exp\left(-\int_0^t\left[r(\xi)-n\right]d\xi\right) = 0\,. \qquad (34)$$

Умови для оптимізації мають попередній вигляд

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(r-\rho)\,. \qquad (35)$$

Як і раніше, умови для задачі максимізації прибутку приводять до того, що граничний продукт капіталу повинен дорівнювати ціні його оренди $R = r+\delta$. Єдина відмінність тут – граничний продукт капіталу сталий і дорівнює A. Отже,

$$r = A-\delta\,. \qquad (36)$$

Оскільки граничний продукт праці дорівнює нулю, то ставка заробітної плати ω також дорівнює нулю. Для пояснення цього достатньо вважати, що ця нульова ставка заробітної плати стосується некваліфікованої праці, інтенсивність якої не підсилюється людським капіталом [2].

Оскілки вважається, що економіка є закритою, то виконується рівність $a = k$. Якщо підставити $a = k$, $r = A-\delta$ та $\omega = 0$ в рівняння (21), (30) і (34), то одержимо

$$\dot{k} = (A-\delta-n)k - c\,, \qquad (37)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)\,, \qquad (38)$$

$$\lim_{t\to\infty} k(t)e^{-(A-\delta-n)t} = 0\,. \qquad (39)$$

Відмінною особливістю рівняння (38) є те, що зростання споживання не залежить від капіталу. Іншими словами, якщо рівень споживання на людину в момент часу $t = 0$ дорівнює $c(0)$, то

$$c(t) = c(0)e^{\frac{A-\delta-\rho}{\theta}t}\,, \qquad (40)$$

де величина $c(0)$ повинна ще бути визначена.

Вважаємо, що виробнича функція достатньо продуктивна, щоб гарантувати зростання c, але не настільки, щоб привести до необмеженої корисності:

$$A > \rho+\delta > (A-\delta)(1-\theta)+\theta n+\delta\,. \qquad (41)$$

Для того, щоб знайти темп приросту капіталу та випуску на одну людину, розділимо (37) на k та будемо мати

$$\frac{c}{k} = (A-\delta-n) - \frac{\dot{k}}{k}\,. \qquad (42)$$

У стаціонарному стані темп приросту капіталу та випуск на одного працівника сталий. Тому $\frac{c}{k}$ є константою і темп приросту капіталу на людину дорівнює темпу приросту споживання на людину. Але це вірно лише для стаціонарного стану: в принципі, темп приросту капіталу поза стаціонарним станом може не бути сталим.

Розв'язуючи систему (37)-(39), одержуємо [2]

$$c(t) = \varphi\cdot k(t)\,, \qquad (43)$$

де

$$\varphi = (A-\delta)\frac{\theta-1}{\theta} + \frac{\rho}{\theta} - n > 0\,. \qquad (44)$$

Тоді

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)\,. \qquad (45)$$

Таким чином, в даній моделі немає перехідної динаміки: змінні $k(t)$, $c(t)$ та $y(t)$, починаючи свій шлях від значень $k(0)$, $c(0) = \varphi\cdot k(0)$ та $y(0) = Ak(0)$ відповідно, в подальшому зростають з однаковим темпом

$$\frac{1}{\theta}(A-\delta-\rho)\,.$$

Істотна відмінність між *АК*-моделлю та неокласичною моделлю пов'язана з визначенням довгострокового подушового темпу приросту в *АК*-моделі довгостроковий темп приросту залежить, згідно (45), від параметрів, які визначають схильність до збереження та продуктивність капіталу. Покращення в рівні технології *А* збільшує середній та граничний продукти капіталу, а також піднімають сам темп приросту.

На противагу ефектам довгострокового зростання в *АК*-моделі, з моделі Рамсея витікає, що довгостроковий подушовий темп приросту штучно підтримується на рівні значення x, яке є екзогенним темпом технологічного прогресу.

Ця відмінність в результатах відображає роботу зменшуючої віддачі капіталу в неокласичній моделі та відчутність зменшуючої віддачі у випадку *АК*-моделі. Кількісно масштаб відмінностей залежить від того, наскільки швидко зменшуючи віддача встановлюється, що у випадку неокласичної моделі є визначальною характеристикою того, наскільки швидко економіка збігається до стаціонарного стану. Якщо зменшуюча віддача встановлюється повільно, то період збіжності довгий. Таким чином, відмінність між неокласичною моделлю та *АК*-моделлю істотна, якщо збіжність відбувається повільно. Якщо збіжність екстремально повільна, то ефекти зростання, які виникають в *АК*-моделі, дають повністю задовільну апроксимацію довготривалим впливам на темп зростання в неокласичній моделі.

Результати. Результати моделі Рамсея оптимальні за Парето. Цей висновок випливає з того, що результати оптимізації збігаються з результатами, які були одержані гіпотетичним соціальним управляючим, у якого та ж цільова функція, що і в типового домогосподарства. Застосувавши ту ж процедуру в даному випадку, можна показати, що рівновага в *АК*-моделі також оптимальна за Парето. Цей результат має важливий економічний сенс, оскільки означає, що виключення зменшуючої віддачі у виробничій функції, тобто заміна некласичної виробничої функції на *АК* не вносить в модель джерел яких-небудь ринкових збоїв.

Однією з інтерпретацій *АК*-моделі є представлення капіталу в широкому розумінні, тобто коли капітал включає в себе як фізичну, так і людську компоненти.

Модель з розповсюдженням знань та навчанням на власному досвіді. Припустимо, що індекс знань фірми A_i залежить від середньої в економіці капіталоозброєності K/L (K – агрегований фізичний капітал, L – агрегована праця). В роботі Барро [2] запропонована і досліджена модель, що ґрунтується на виробничій функції Коба-Дугласа

$$Y_i = A\left(K_i\right)^{\alpha}\left[\left(\frac{K}{L}\right)L_i\right]^{1-\alpha},\ \ 0<\alpha<1.$$

В роботі [20] розглядається та досліджується модель з неокласичною виробничою функцією

$$Y_i = F\left(K_i, \left(\frac{K}{L}\right)^{\lambda} L_i\right), \quad \lambda > 0.$$

Якщо об'єднати припущення про навчання на власному досвіді та поширення знань, а також що насправді індекс знань A_i залежить не від середнього капіталу на одного працюючого K/L, а є пропорційним агрегованому капіталу K, ми можемо замінити A_i на K^{λ}, то ми отримаємо параметричну виробничу функцію, яку запишемо у вигляді

$$Y_i = F\left(K_i, K^{\lambda} L_i\right), \quad 0 \le \lambda \le 1, \tag{46}$$

де K^{λ} – частина капіталу, що використовується на створення нового знання про те, як ефективніше виробляти, що для кожної фірми є екзогенно заданою.

Винесемо в правій частині (46) змінну L_i. Тоді одержимо

$$Y_i = L_i F\left(k_i, K^{\lambda}\right), \tag{47}$$

де $k_i = \dfrac{K_i}{L_i}$ – капіталоозбрєність праці фірми.

Прибуток фірми може бути записаний у вигляді

$$\pi_i = L_i\left[F\left(k_i, K^{\lambda}\right) - (r+\delta)k_i - \omega\right], \tag{48}$$

де $r+\delta$ – ціна оренди капіталу, ω – ставка заробітної плати.

Оптимальна поведінка фірми полягає в максимізації прибутку π_i від аргументів k_i та L_i. Необхідні умови записуються у вигляді

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \pi_i}{\partial k_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial k_i} F\left(k_i, K^{\lambda}\right) = r+\delta, \\ &\frac{\partial \pi_i}{\partial L_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad F\left(k_i, K^{\lambda}\right) - k_i \frac{\partial}{\partial k_i} F\left(k_i, K^{\lambda}\right) = \omega. \end{aligned} \tag{49}$$

Враховуючи, що завдяки лінійній однорідності

$$F\left(k_i, K^{\lambda}\right) = K^{\lambda} F\left(k_i K^{-\lambda}, 1\right) = K^{\lambda} f\left(k_i K^{-\lambda}\right), \tag{50}$$

то рівності (49) набувають вигляду

$$\begin{aligned} &f'\left(k_i K^{-\lambda}\right) = r+\delta, \\ &K^{\lambda} f\left(k_i K^{-\lambda}\right) - k_i f'\left(k_i K^{-\lambda}\right) = \omega. \end{aligned} \tag{51}$$

З першого співвідношення (51) визначається норма дохідності r, а з другого співвідношення (51) знаходиться ставка зарплати ω.

У рівновазі всі фірми знаходяться в однакових умовах, так що справедливі рівності $k_i = k$ та $K = kL$. Тоді можемо записати умови (51) в агрегованому вигляді

$$\begin{aligned} &f'\left(k \cdot K^{-\lambda}\right) = f'\left(\frac{k}{K^{\lambda}}\right) = f'\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right) = r+\delta, \\ &K^{\lambda} f\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right) - k f'\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right) = \omega. \end{aligned} \tag{52}$$

Розглянемо агреговану задачу соціального управляючого, що полягає в максимізації агрегованого прибутку

$$\pi = L\left[F\left(k, K^{\lambda}\right) - (r+\delta)k - \omega\right]$$

або

$$\pi = L K^{\lambda} f\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right) - (r+\delta)K - \omega L. \tag{53}$$

Умови максимізації прибутку (53) записуються у вигляді

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \pi}{\partial K} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda \cdot \frac{f\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right)}{\frac{K^{1-\lambda}}{L}} + (1-\lambda) f'\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right) = r+\delta, \\ &\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{K}{L}\left[\frac{f\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right)}{\frac{K^{1-\lambda}}{L}} - f'\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right)\right] = \omega. \end{aligned} \tag{54}$$

Введемо позначення $\bar{k} = \dfrac{K^{1-\lambda}}{L}$. Тоді у випадку $\lambda = 0$ умови (54) перетворяться до вигляду

$$\begin{aligned} &f'(\bar{k}) = r+\delta, \\ &f(\bar{k}) - k f'(\bar{k}) = \omega. \end{aligned} \tag{55}$$

що відповідає випадку неокласичної виробничої функції $F(K, L)$. У випадку ж $\lambda = 1$ маємо умови

$$\begin{aligned} &f(1) = r+\delta, \\ &0 = \omega, \end{aligned} \tag{56}$$

що відповідає випадку *AK*-моделі.

Вплив коефіцієнта λ в параметричній моделі (3) чітко видно з умов оптимізації агрегованого прибутку (54). В першу чергу, аргументом в рівностях (54) є величина $\bar{k} = \dfrac{K^{1-\lambda}}{L}$. Наступною відмінною рисою даної моделі є те, що основними елементами в цих співвідношеннях є середній продукт $\dfrac{f\left(\frac{K^{1-\lambda}}{L}\right)}{\frac{K^{1-\lambda}}{L}}$ та граничний продукт $f'\left(\dfrac{K^{1-\lambda}}{L}\right)$. Далі, при збільшенні λ від 0 до 1 вплив середнього продукту на величину доходності $R = r+\delta$ збільшується, а вплив граничного продукту на цю величину зменшується. І нарешті, при збільшенні параметра λ від нуля до одиниці ставка заробітної плати зменшується аж до нуля.

Цікавим є питання розгляду агрегованої моделі оптимального економічного зростання для параметричної виробничої функції (3) при заданому критерії максимуму повної корисності (22), бюджетному обмеженні (16) з початковою умовою $a(0)$ та умові трансверсальності (23). Але дана задача не є вже такою простою і потребує детальних математичних викладок, що планується зробити найближчим часом в наступних публікаціях.

Висновки та дискусія. Таким чином, можна зробити висновок про те, що насправді моделі неокласичного типу та *AK*-модель не є вже такими відмінними. Їх можна об'єднати в один клас моделей економічного зростання. Якщо в моделі вважати, що капітал та праця є постійними, то можна спостерігати зменшуючу віддачу від масштабу, як і в неокласичній моделі. Взагалі кажучи, як традиційна, так і *AK*-модель забезпечують зростання, використовуючи високий рівень агрегування. Як зазначив Ромер, більш глибоке розуміння процесу зростання вимагає, щоб ми досліджували теоретичну основу, яка змушує нас більш ретельно продумувати економіку технологій та знань.

Список використаних джерел

1. Ramsey, F., 1928. A Mathematical Theory of Saving / F. Ramsey // Economic Journal, 38, December, 1928. – 543-559 p. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/2224098**
2. Barro, R.J., Sala-i-Martin, X. ,2004. Economic Growth / R.J. Barro, X. Sala-i-Martin. – 2nd Edition. – Cambridge, Massachusets. – London, England: MIT Press, 2004. – 654 p.
3. Lundberg, E., 1937. Studies in the Theory of Economic Expansion / E. Lundberg. – London: King, 1937.
4. Harrod, R.F., 1948. Towards a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and Their Application to Policy / R.F. Harrod. – London: Macmillan, 1948.
5. Domar, E.D., 1946. Capital Expansion, Rate of Growth and Employment / E.D. Domar // Econometrica. 1946, April. 14, pp. 137-147. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/1905364**
6. Solow, R.M., 1956. A Contribution to the Theory of Economic Growth / R.M. Solow // Quarterly Journal of Economic, 70, February, 1956. – pp. 65-94. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/1884513**
7. Swan, T.W., 1956. Economic Growth and Capital Accumulation / T.W. Swan // Economic Record, 32, November, 1956. – pp. 334-361. **DOI: http://dx.doi.org/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x**
8. Romer, P.M., 1986. Increasing Returns and Long-Run Growth / P.M. Romer // Journal of Political Economy, 94, October, 1986. – pp.1002-1037. **DOI: http://dx.doi.org/10.1086/261420**
9. Lucas, R.E., 1988. On the Mechanics of Economic Development / R.E. Lucas // Journal of Monetary Economics, 22, July, 1988. – pp. 3-42. **DOI: http://dx.doi.org/10.1016/0304-3932(88)90168-7**
10. Cass, D., 1965. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation / D. Cass // Review of Economic Studies, 32, July, 1965. – pp. 233-240. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/2295827**
11. Koopmans, T.C., 1965. On the Concept of the Optimal Economic Growth / T.C. Koopmans // The Econometric Approach to Development Planning. – Amsterdam, North Holland, 1965.
12. Arrow, K.J., 1962. The Economic Implications of Learning by Doing / K.J. Arrow // Review of Economic Studies. 1962. V. 29. 1. Pp. 155-173. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/2295952**
13. Sheshinski, E., 1967. Optimal Accumulation with Learning by Doing / E. Sheshinski // Karl Shell ed., Esseys on the Theory of Optimal Economic Growth. – Cambridge, MA: MIT Press, 1967.
14. Frankel, M., 1962. The Production Function in Allocation and Growth. A Synthesis / M. Frankel // American Economic Review, 52, December, 1962. – pp. 995-1022. **Stable URL: http://www.jstor.org/stable/1812179**
15. Griliches, Z., 1973. Research Expenditures and Growth Accounting / Z. Griliches // Science and Technology in Economic Growth. – New York, MacMillan, 1973.
16. Romer, P.M., 1987. Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization / P.M. Romer // American Economic Review. 1987, May. V. 77. 2. Pp. 56-62.
17. Inada, Ken-Ichi, 1963. On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization / Ken-Ichi Inada // Review of Economic Studies. 30, June. – pp. 119-127. **DOI: http://dx.doi.org/10.2307/2295809**
18. Von Neumann, J., 1937. Uber ein Okonomisches Gleichhungssystem und eine Veraligemeinerung des Brouwerschen / J. Von Neumann // Ergelmisse eines Mathematishe Kolloquiums, 8, 1937.
19. Knight, F.H., 1944. Diminishing Returns from Investment / F.H. Knight // Journal of Political Economy, 52, March, 1944. – pp. 26-41. **DOI: http://dx.doi.org/10.1086/256134**
20. Liashenko, O.I., 2015. Economic Growth under Condition of Knowledge Dissemination, Depending on the General Level of Capital-Labor. Economic and Mathematical Modelling of Socio-Economic Systems, 20, pp. 66-84.

Надійшла до редколегії 25.02.16

Е. Ляшенко, д-р экон. наук, проф.
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА ПРИ УСЛОВИИ ОБУЧЕНИЯ НА СОБСТВЕННОМ ОПЫТЕ И РАСПРОСТРАНЕНИИ ЗНАНИЙ

Рассматривается обобщенная параметрическая модель, являющаяся модификацией модели Ромера. Данная модель описывает зависимость выпуска продукции от индекса знаний, доступных данной фирме. В результате исследования получено семейство моделей между двумя крайними случаями – неоклассической моделью децентралиированного типа и нестационарной АК-моделью. В модели предполагается, что все открытия являются неожиданными побочными продуктами инвестиций и что эти открытия мгновенно становятся общим знанием.

Ключевые слова: экономический рост; распространение знаний; АК -модель; производственная функция; эндогенный рост.

O. Liashenko, Doctor of Sciences (Economics), Professor
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

MODELLING OF ECONOMIC GROWTH WITH LEARNING BY DOING AND KNOWLEDGE SPILLOVERS

A generalized parametric model as a modified Romer model is considered. This model describes the dependence of the output of the index of knowledge available to the firm. Result of this paper is a family of models between the two extremes – the neoclassical model of decentralized type and nonstationary AK-model. The model assumes that all discoveries are unexpected by-products of the investment and that these discoveries instantly become common knowledge.

Keywords: economic growth; knowledge spillovers; AK-model; production function; endogenous growth.

Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Economics, 2016; 4(181): 17-24
УДК 368.02, 368.07
Jel. G 20, 22, 28, 29
DOI: http://dx.doi.org/10.17721/1728-2667.2016/181-4/3

М. Малік, д-р екон. наук, проф.,
В. Ерастов, асп.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ВПРОВАДЖЕННЯ СТРАХОВОГО РЕПОЗИТОРІЮ ЯК АЛЬТЕРНАТИВИ КЛАСИЧНОМУ ІНТЕРНЕТ-СТРАХУВАННЮ: ПРАВОВІ АСПЕКТИ

В даній статті розглядається законодавче регулювання страхових репозиторіїв. Вивчаються основні умови та вимоги до створення та функціонування нового інститут страхового ринку. Наведені основні вимоги до керівних осіб страхового репозиторію та до принципів ідентифікації клієнтів. Стаття розкриває механізм взаємодії страховиків та страхувальників на ринку бездокументарного обігу страхових полісів, за рахунок створення нового інституту, на який покладені основні функції з випуску та контролю за обігом електронного страхового захисту.

Ключові слова: Страхові послуги, страхова компанія, Інтернет-страхування; Інтернет-аквізиція; страховий репозиторій; бездокументарна форма полісу; електронний поліс; "великі дані".

Вступ. Глобалізаційні процеси в сучасній економіці тісно пов'язані з розвитком інформаційних технологій та так званої електронної економіки. В сучасних умовах ведення бізнесу без використання сучасних інформаційних технологій є неможливим, оскільки значно знижуються конкурентні позиції будь-якого інституту, як приватного, так і державного. Насиченість традиційних