

8. Cryptocurrencies: Time to consider plan B: PwC, 2019. Available at <https://www.pwc.com/us/en/cfodirect/publications/point-of-view/cryptocurrency-bitcoin-accounting.html> [accessed 11.27.19].
9. Blockchain, accounting and audit: What accountants need to know | Accounting Today. Available at <https://www.accountingtoday.com/opinion/blockchain-accounting-and-audit-what-accountants-need-to-know> [accessed 11.27.19].
10. Shkulipa L., 2015. The practice of the accounting method of currency rate differences under IFRS. *Young Scientist*, 11, 156–161. DOI: DOI: 10.6084/m9.figshare.11860593.v1.
11. TSPA. Available at http://www.tscpa.org/docs/default-source/communications/2018-today's-cpa/mayjune/acct-auditing-blockchain-may-june2018-today'scpa.pdf?sfvrsn=4c7bfb1_2 [accessed 11.27.19].
12. Top Trends in the Gartner Hype Cycle for Emerging Technologies – Smarter With Gartner, 2017. Available at <https://www.gartner.com/smarterwithgartner/top-trends-in-the-gartner-hype-cycle-for-emerging-technologies-2017>.
13. Flatworld, 2019. Big data and blockchain analytics – Is that a perfect match?. Available at <https://www.flatworldsolutions.com/data-science/articles/big-data-blockchain-analytics-perfect-match.php> [accessed 11.27.19].
14. DataFloq, 2019. Introduction to Blockchain & What It Means to Big Data. Available at <https://datafloq.com/read/introduction-blockchain-what-it-means-big-data/3662> (04 November 2019). [accessed 11.27.19].
15. Sharma, A., 2019. How Blockchain and Big Data Complement Each Other. Available at <https://hackernoon.com/how-blockchain-and-big-data-complement-each-other-92a1b9f8b38d> [accessed 01.14.2019].
16. Mallon, S., 2019. Big Data Blockchain Projects You Should Know About. Available at <https://www.smartdatacollective.com/6-big-data-blockchain-projects-you-should-know-about/>. [accessed 11.27.19].
17. Rijmenan, D.M., 2019. How Blockchain Will Improve Your Big Data. Available at <https://medium.com/dataseries/why-blockchain-will-improve-your-big-data-4ddb37676a0> (accessed 11.04.2019).
18. Report "The Ernst & Young Report", 2019. Available at [https://www.webforms.ey.com/Publication/vwLUAssets/EY-blockchain-in-insurance/\\$FILE/EY-blockchain-in-insurance.pdf](https://www.webforms.ey.com/Publication/vwLUAssets/EY-blockchain-in-insurance/$FILE/EY-blockchain-in-insurance.pdf) [accessed 11.27.19].
19. A Report from the AICPA/CPA.com Blockchain Symposium – CPA Technology Blog. Available at <https://cpatechblog.com/2018/05/03/a-report-from-the-aicpa-cpa-com-blockchain-symposium/> [accessed 11.28.19].
20. How Blockchain is Disrupting the Accounting Industry | Inc.com. Available at <https://www.inc.com/james-paine/how-blockchain-is-disrupting-accounting-industry.html> [accessed 11.27.19].

Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Economics, 2019; 6(207): 44-52

УДК 51-77: 339.13

JEL classification: C15, C83, D46

DOI: <https://doi.org/10.17721/1728-2667.2019/207-6/6>

В. Шпирко, канд. екон. наук, доц.

ORCID ID 0000-0003-4955-2685,

Ю. Ярмоленко, асп.

ORCID ID 0000-0002-4764-6146

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

АЛГОРИТМ ОЦІНЮВАННЯ ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ГРАНИЧНОЇ ЦІНИ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ПОПИТУ В УМОВАХ НЕЯВНОГО МАРКЕТИНГОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Представлено авторський метод проведення маркетингового дослідження для визначення статистичних ознак випадкової величини, що в іноземній літературі має назву "Willingness to Pay". Аналогічно даний підхід можна застосувати для оцінювання мінімального рівня цін, за якого клієнти готові продати товар. Було практично підтверджено, що маючи результати опитування з одним питанням "Чи придбаєте ви товар за X у. о.?", можна провести експеримент та оцінити характеристики реального розподілу, якому підпорядковується генеральна сукупність. Також представлено рекомендації щодо проведення експерименту та підбору відповідних параметрів.

Ключові слова: цінова стратегія, willingness to pay, маркетингове дослідження, гранична ціна.

Постановка проблеми. Перед маркетологами часто виникає завдання оцінити рівень відгуку на пропозицію продажу (купівлі) того чи іншого товару або послуги потенційними клієнтами за певного рівня цін. Це завдання є особливо актуальним для підприємств електронної комерції, цінова стратегія яких дозволяє використання динамічного, а особливо, транзакційного ціноутворення – "практики встановлення цін на кожну окрему транзакцію, що полягає у врахуванні її прямих та опосередкованих ознак, з метою досягнення комерційних цілей підприємства" [2]. Залежно від бізнес-моделі підприємства, менеджмент може шукати відповідь на такі запитання:

1. За яку максимальну ціну клієнт-покупець готовий придбати товар.

2. За яку мінімальну ціну клієнт-продавець готовий продати товар.

У випадку, якщо підприємство працює за моделлю електронної біржі, або аукціону, для нього актуальними є обидва запитання.

Складність у знаходженні відповідей полягає у такому:

- В опитуванні або експерименті зі встановлення рівня цін категорично недоцільним є пряме запитання "За яку максимальну ціну ви придбали б даний товар?" Імовірність упередженості при відповіді на таке запитання є дуже високою, що не дасть вірно оцінити реальну суб'єктивну величину для респондента, а, відповідно, і весь розподіл величини для генеральної сукупності потенційних клієнтів.

- Обмежена, або задалегідь невідома кількість респондентів. Метод оцінювання має враховувати, що в будь-який момент експеримент може бути припинено, і на основі обмежених отриманих даних необхідно зробити якомога точніший висновок про характер розподілу величини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій В іноземній літературі дослідження максимальної ціни попиту називається терміном "Measuring Willingness to Pay" (WTP). Одне з найновіших визначень, яке можна знайти у літературі, звучить як "нижня границя резервування" [23]. Тобто, WTP є тією максимальною ціною,

яку покупець із імовірністю, близькою до 100 %, готовий заплатити за товар. У всіх описаних методиках передумови для проведення дослідження та обмеження для експериментів суттєво відрізняються. Це спонукало вчених розробити різноманітні підходи, які, у свою чергу, можуть давати як відносно малу, так і доволі велику похибку при оцінці. Вдалу класифікацію підходів до оцінювання WTP за методами збору даних представлено у роботі [6]. Так, на найвищому рівні методи можуть бути розділені на такі, що базуються на реальних чи згенерованих даних про купівлю та ціну (реальні дані продажів, аукціони, інші експерименти), та на опитуваннях (прямі й непрямі).

Останні дослідження щодо WTP в основному спрямовані на практичне оцінювання за конкретних умов, аніж розроблення нових методик. Серед об'єктів дослідження найбільша увага приділяється екологічним благам та благам державного сектору забезпечення: постачання електроенергії у Сенегалі [3], витрати на покращення екологічного становища басейну ріки Ганьцян [25], покращення якості централізованого водопостачання у Південному Стаффордширі [9], вакцинація від гепатиту Б у міській місцевості Пакистану [20]. Серед українських здобутків слід виділити групу науковців, яка провела дослідження щодо попиту на екологічну продукцію [13]. Проте в усіх вищезгаданих роботах використовувалася методика "умовної оцінки" ("Contingent Valuation"): WTP оцінювався через ряд запитань, що давав змогу відшукати прийнятний проміжок цін для кожного респондента. Дослідження традиційних ринкових благ проводилися методами так званого "комбінаційного аналізу" ("Conjoint Analysis"), наприклад, при оцінюванні WTP за різних характеристик автомобіля [7]; вищезгаданий метод умовної оцінки також використали при розрахунку оптимальної комісії за обслуговування банківських карт [15].

Інші розробки технік маркетингових досліджень, які дозволяють оцінити оптимальні рівні цін, є ефективними за дещо змінених умов. Так, наприклад, методологія Brand Price Tradeoff Analysis [10] також широко використовується для ранжування продуктів та визначення максимально прийнятної рівня ціни для покупця, проте дану техніку неможливо використати неявно: підхід вимагає декількох ітерацій, упорядков яких респондент робить вибір на користь того чи іншого товару. Доволі дієвим також себе зарекомендував підхід вимірювання чутливості до ціни ван Вестендорпа [21]. Метод полягає у постановці чотирьох відкритих запитань, що також дозволяють оцінити суб'єктивні оптимальні межі цін. Як і попередній метод, він передбачає лише дослідження у вигляді опитування. Окрім цього, методи з відкритими запитаннями дають значну похибку, що підтверджується рядом досліджень стосовно психологічних особливостей відповідей респондентів (див. наступний пункт).

Зазначимо, що описаний у цій роботі алгоритм може бути застосовано як відкрито (опитування), так і у неявній формі (експеримент); проте у другому випадку очікується отримання більш об'єктивних результатів. Залежність похибки оцінювання від методу пояснюється у наступному пункті.

Вплив психологічного фактора на дослідження.

При дослідженні WTP може виникнути декілька проблем, пов'язаних із об'єктивністю оцінювання. Якщо респондент бере участь у відкритому опитуванні, він може поводити себе відмінно від того, якою була б поведінка у реальному житті. По-перше, "покупець" може поводити себе більш раціонально, ніж за реального сценарію купівлі [19]. По-друге, оскільки людина розпоряджається не реальними, а віртуальними грошима, вона може переоцінювати WTP

[18]. Нарешті, навіть якщо респондент дає правдиву відповідь на запитання про готовність купити товар за деяку ціну, він не обов'язково поводитиме себе таким самим чином за реальних умов купівлі [8; 11–12; 19].

Алгоритм, описаний у даній роботі, заснований на методі "умовної оцінки" ("Contingent Valuation Method") та часто застосовується для оцінки вартості неринкових ресурсів. Застосуванням даної методики для вирішення задач на традиційних економічних ринках займалися [17]. Методика має дві модифікації: постановка прямого запитання "Яку максимальну ціну ви погодилися б заплатити за благо?" має назву "відкритий метод умовної оцінки" ("Open-Ended Contingent Valuation"), а також послідовність питань до одного респондента "Чи погодилися б ви купити благо за X у. о.?" – "закритий метод умовної оцінки" ("Closed-Ended Contingent Valuation"). Автори [24] та [22] одностайні в тому, що за такого опитування респонденти схильні приховувати реальну відповідь на запитання. Яким же чином можна мінімізувати вплив психологічного фактора на дослідження?

Як варіацію на тему "методу умовної оцінки" ми пропонуємо такий підхід. Для послаблення психологічного фактора набагато доцільніше було б поставити лише одне запитання: **чи придбаєте (продасте) ви даний товар за X у. о.?** Далі у роботі буде пояснено, чому дане запитання з бінарним варіантом відповіді несе достатню інформацію для оцінки функції розподілу невідомої величини.

Зауважимо, що навіть у такому формулюванні при відповіді на гіпотетичні питання респонденти можуть давати інакшу відповідь, аніж якби вони стояли перед реальним вибором: купувати (продавати) чи ні. Проте, якби такий експеримент проводився у реальних умовах купівлі (продажу), він давав би точне наближення до реальних величин. У роботі [16] автор оцінив, яку похибку можуть давати різні методи оцінки WTP. Порівняно з реальною середньою ціною продажу деякого девайсу для прибирання, лотерея за методикою [4] дала на 5 % вищу оцінку величини, метод умовної оцінки із обов'язковою покупкою – на 10,9 %. Найбільш завищену оцінку показали відкритий метод умовної оцінки (30 %) та закритий метод умовної оцінки з можливістю обрати підходящий проміжок цін (76 %).

Метою даної роботи є представлення методу оцінки функції розподілу граничної ціни індивідуального попиту (або пропозиції), який дає змогу мінімізувати похибку опитування, та такий, що можна використовувати у практиці маркетингу. Також необхідно дати пояснення тому, як результати дослідження можна використовувати для ціноутворення та прогнозування попиту (пропозиції).

Методологія. Даний метод оцінювання граничної ціни базується на опитуванні, що обмежується єдиним питанням до респондента: чи придбаєте (продасте) ви даний товар за X у. о.? **Вимогою до використання алгоритму є те, що в опитуванні беруть участь потенційні покупці – ті люди, що мають намір придбати товар, однак їхнє рішення залежить від ціни.** Форма проведення опитування може бути як відкритою, так і неявною. Відкритий метод, що полягає у маркетинговому опитуванні, підійде як для онлайн, так і офлайн дослідження. Неявне опитування стосується лише онлайн продажів та виглядає як реклама товару за певною ціною або ціна пропозиції у каталозі. Зазначимо, що неявне опитування скоріше за все буде пов'язане із кастомізованим ціноутворенням – "практикою встановлення цін на основі ... суб'єктивних характеристик споживача" [2], а отже існують репутаційні ризики підприємству. З іншого боку, згідно з висновками попереднього пункту, неявний експеримент має дати більш точну оцінку розподілу.

Перший етап – визначення меж дослідження.

Перш за все необхідно визначити область досліджуваного значення ціни. Наприклад, є необхідність дослідити ціни у деякому діапазоні $[P_{min}, P_{max}]$, чи на всій області допустимих значень $[0, \infty)$. У будь-якому випадку треба обмежити той проміжок, на якому планується отримати найбільш точні результати. Обраний проміжок рівномірно розбивається на N однакових відрізків, знову ж таки, залежно від рівня точності, необхідного для дослідження: чим більше відрізків – тим вищу гранулярність

результатів ми отримаємо із нижчим рівнем довіри. І, навпаки, чим менше відрізків – тим "грубішою" буде оцінка, проте з вищим рівнем довіри. Питання залежності точності від параметрів експерименту описане у роботі далі.

Межі досліджуваного інтервалу та розбиття слід обирати, зважаючи на очікувану кількість респондентів. Отже, при дослідженні деякого цінового діапазону $[P_{min}, P_{max}]$, таких, що $0 < P_{min} < P_{max} < +\infty$, та його розбитті на N -інтервалів, маємо такі області досліджуваного значення:

1. Для пошуку максимальної ціни попиту:

$$D = \left\{ [0, P_{min}), \left[P_{min}, P_{min} + \frac{P_{max} - P_{min}}{N} \right), \left[P_{min} + \frac{P_{max} - P_{min}}{N}, P_{min} + 2 \cdot \frac{P_{max} - P_{min}}{N} \right), \dots, \left[P_{min} + (N - 1) \frac{P_{max} - P_{min}}{N}, P_{max} \right), [P_{max}, +\infty) \right\} \quad (1)$$

2. Для пошуку мінімальної ціни пропозиції:

$$D = \left\{ [0, P_{min}], \left(P_{min}, P_{min} + \frac{P_{max} - P_{min}}{N} \right], \left(P_{min} + \frac{P_{max} - P_{min}}{N}, P_{min} + 2 \cdot \frac{P_{max} - P_{min}}{N} \right], \dots, \left(P_{min} + (N - 1) \frac{P_{max} - P_{min}}{N}, P_{max} \right], (P_{max}, +\infty) \right\} \quad (2)$$

де D – сукупність інтервалів, яким може належати значення граничної максимальної ціни індивідуального попиту (мінімальної ціни індивідуальної пропозиції).

Другий етап – опитування респондентів. Даний етап полягає безпосередньо в самому опитуванні. Тепер, знаючи межі досліджуваного інтервалу та гранулярність, необхідно кожному з респондентів відповідно задати питання. Послідовно, від респондента до респондента воно змінюватиметься таким чином:

Респодент 0: Чи придбаєте (продасте) ви даний товар за P_{min} у.о.?

Респодент 1: Чи придбаєте (продасте) ви даний товар за $P_{min} + \frac{P_{max} - P_{min}}{N}$ у.о.?

...

Респодент N : Чи придбаєте (продасте) ви даний товар за P_{max} у.о.?

Респодент $N+1$: Чи придбаєте (продасте) ви даний товар за P_{min} у.о.?

...

І так далі із циклічними значеннями цін. Опитування завершується при досягненні оптимальних рівнів точності та значущості, або із закінченням респондентів.

Із завершенням другого етапу можна переходити до оцінювання результатів дослідження.

Третій етап – оцінювання відносних кривих попиту та пропозиції. Розглянемо, як можна трактувати позитивні та негативні відповіді респондентів на запитання про ціну. У табл. 1 позначено через P_{max}^D – максимальну граничну ціну індивідуального попиту на товар, а P_{min}^S – мінімальну граничну ціну індивідуальної пропозиції на товар для конкретного респондента.

Таблиця 1. Теоретична інтерпретація результатів опитування респондентів

Відповідь респондента	Чи згодні ви придбати за ціну P ?	Чи згодні ви продати за ціну P ?
Так	$P_{max}^D \geq P$	$P_{min}^S \leq P$
Ні	$P_{max}^D < P$	$P_{min}^S > P$

Джерело: складено авторами.

Якщо $n_+(P)$ – кількість позитивних відповідей на запитання, а $n_-(P)$ – кількість негативних, тоді

$$p(P_{max}^D \geq P) = \frac{n_+(P)}{n_+(P) + n_-(P)} \quad (3)$$

$$p(P_{max}^D < P) = \frac{n_-(P)}{n_+(P) + n_-(P)} \quad (4)$$

$$p(P_{min}^S \leq P) = \frac{n_+(P)}{n_+(P) + n_-(P)} \quad (5)$$

$$p(P_{min}^S > P) = \frac{n_-(P)}{n_+(P) + n_-(P)} \quad (6)$$

при $n_+(P) + n_-(P) \rightarrow \infty$ та $n_+(P) + n_-(P) \rightarrow \infty$. Виходячи з того, що

$$p(P_{max}^D \in [P_1, P_2]) = p(P_{max}^D \geq P_1) - p(P_{max}^D \geq P_2) = 1 - p(P_{max}^D < P_1) - p(P_{max}^D \geq P_2) = \frac{n_+(P_1)}{n_+(P_1) + n_-(P_1)} - \frac{n_+(P_2)}{n_+(P_2) + n_-(P_2)} \quad (7)$$

$$p(P_{min}^S \in (P_1, P_2]) = p(P_{min}^S > P_1) - p(P_{min}^S \geq P_2) = 1 - p(P_{min}^S \leq P_1) - p(P_{min}^S > P_2) = \frac{n_-(P_1)}{n_+(P_1) + n_-(P_1)} - \frac{n_-(P_2)}{n_+(P_2) + n_-(P_2)} \quad (8)$$

можна оцінити ймовірність потрапляння випадкової величини граничної ціни до відповідних проміжків із (1) та (2) як відносні частоти.

За умови, що $n_+(P) + n_-(P) \rightarrow \infty$, також має виконуватися

$$\sum_{d \in D} p(P \in d) = 1 \quad (9)$$

На практиці умова (9) може і не виконуватися. Пов'язано це з тим, що відносна частота подій прямує до відповідної ймовірності за великої кількості спостережень (коли спрацьовує закон великих чисел). У такому випадку необхідно провести нормування всіх відповідних частот на обернений коефіцієнт $\frac{1}{\sum_{d \in D} p(P \in d)}$.

Наскільки відрізняються теоретичний та отриманий емпіричним шляхом розподіли деякої генеральної сукупності? Побудуємо гістограму емпіричного розподілу. Візуально оцінимо різницю між гістограмами генеральної

сукупності та отриманого у результаті експерименту розподілу. Для прикладу згенеруємо деякий лівосторонній розподіл та застосуємо для нього описаний алгоритм. Для дослідження було обрано проміжок від 0 до 1200 у. о. для 1000 респондентів. Чорна лінія описує розподіл генеральної сукупності, а сіра гістограма – результат експерименту (функція розподілу, побудована за формулами). Наочно видно, наскільки близькими є результати дослідження до реальних величин.

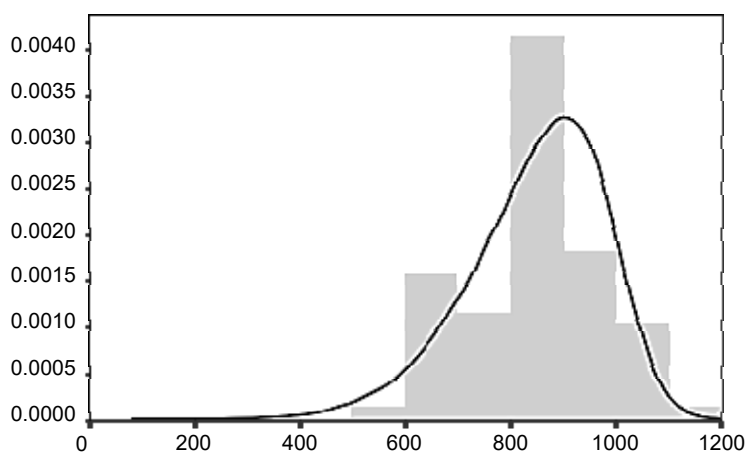


Рис. 1. Гістограма результатів експерименту з оцінювання граничної ціни попиту та графік щільності розподілу генеральної сукупності

Джерело: розраховано авторами у середовищі Jupyter Notebook.

Для оцінювання якості експериментів за інших умов було досліджено випадки, коли реальний розподіл невідомої величини підпорядковується різним видам теоретичних розподілів із варіативними параметрами відповідно. Наскільки емпіричний розподіл є репрезентативним щодо реального – можна оцінити, розрахувавши відхилення емпірично оцінених квантилів стосовно реальних. У наступному пункті – пояснення вибору метрики.

Результати дослідження. Було проведено дослідження для таких теоретичних розподілів: нормальний, логарифмічно нормальний та гамма. Також окремо розглянуто випадок лівостороннього розподілу, який отримано шляхом деякої модифікації нормального розподілу. У дослідженнях інших авторів щодо WTP можна знайти схожий перелік теоретичних розподілів, до яких прирівнювався реальний, наприклад логістичний, логарифмічно нормальний та логарифмічно логістичний [5]. Було застосовано метод Монте-Карло для симуляції експериментів із практичного оцінювання розподілів за різних умов.

Для того, щоб охарактеризувати, наскільки ефективно алгоритм дозволяє оцінити реальний розподіл генеральної сукупності, слід обрати метрику, яка відповідає за репрезентативність одного розподілу щодо іншого. Якби у вигляді емпіричного розподілу ми мали вибірку

конкретних спостережень, а не частоту належності до інтервалів, можна було б застосувати, наприклад, критерій Вілконсона для перевірки гіпотези про однорідність двох вибірок [1], або інформацію про відносну ентропію Кульбака-Лейблера [14].

За відсутності такої інформації, було обрано таку метрику: відносна середня величина відхилення оцінки квантиля емпіричного розподілу від квантиля генеральної сукупності. Такі метрики було розраховано для квантилів 0,1, медіани, та 0,9 (у табл. 2–5 у кожному стовпчику вказано метрики для квантилів саме у такому порядку, прочерк означає недостатність інформації для оцінки величини). У кожному рядку таблиць наведено метрики для відповідних згенерованих генеральних сукупностей із відповідними статистичними параметрами, інтервали дослідження $[b_{min}, b_{max}]$ – це відповідні P_{min} та P_{max} із формули (1), кількості "опитаних" респондентів n та кількості інтервалів при розбитті b . Зазначимо, що для спрощення розрахунку квантилів було використано припущення, що всередині кожного відповідного проміжка з інтервала дослідження невідома величина розподілена рівномірно. Метрики відхилень квантилів пропущені у випадку, коли оцінка квантиля хоча б в одному експерименті для відповідної сукупності параметрів лежить за межами $[b_{min}, b_{max}]$. Для розрахунку кожної чарунки кожного стовпчика з таблиць було проведено по 1000 експериментів.

Таблиця 2. Похибка оцінки квантилів для невідомої величини з нормальним розподілом

M, σ $[b_{min}, b_{max}]$	Інтервал дослідження	$n = 100$			$n = 500$			$n = 1000$		
		$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$
1000; 150 500; 1100		5.40 % - -	6.76 % - -	6.47 % - -	2.88 % 1.78 % -	3.84 % 2.18 % -	4.47 % 2.65 % -	2.06 % 1.28 % -	2.86 % 1.57 % -	3.52 % 1.98 % -
1000; 150 700; 1300		- 3.37 % -	- 3.34 % -	- 3.20 % -	- 1.71 % -	- 2.06 % -	- 2.21 % -	2.13 % 1.27 % 1.46 %	2.33 % 1.52 % -	2.54 % 1.70 % 1.68 %
1000; 150 900; 1500		- - 4.09 %	- 3.73 % -	- - -	- 1.84 % 2.08 %	- 2.22 % 2.62 %	- 2.63 % 3.06 %	- 1.28 % 1.37 %	- 1.57 % 2.01 %	- 1.96 % 2.52 %
1000; 150 300; 1300		6.08% 3.52% -	7.19% 3.75% -	7.31% 3.77% -	2.86% 1.89% -	3.61% 2.23% -	4.06% 2.30% -	2.05% 1.35% 1.42%	2.79% 1.65% -	3.08% 1.75% -
1000; 150 500; 1500		5.75% 3.72% -	7.04% 3.80% -	- 3.83% -	2.87% 1.80% 1.89%	3.64% 2.30% 2.55%	3.78% 2.41% 2.67%	2.03% 1.41% 1.42%	2.73% 1.64% 1.94%	2.80% 1.75% 1.96%
1000; 150 700; 1700		- 3.73% 4.60%	- 3.76% 5.12%	- 3.75% 5.11%	- 1.83% 1.94%	- 2.17% 2.48%	- 2.29% 2.73%	2.02% 1.40% 1.45%	- 1.66% 1.92%	- 1.70% 1.99%
1000, 300 500; 1100		- - -	- - -	- 9.48% -	- - -	- 5.62% -	- 7.56% -	- 2.55% -	- - -	- 5.94% -
1000, 300 700; 1300		- 4.97% -	- 4.58% -	- 4.29% -	- 3.22% -	- 3.41% -	- 3.48% -	- 2.39% -	- 2.72% -	- 2.90% -
1000, 300 900; 1500		- - -	- 9.54% -	- 10.27% -	- - -	- 5.72% -	- 8.07% -	- 2.60% -	- 4.30% -	- 6.03% -
1000, 300 300; 1300		- 6.01% -	- 6.42% -	- 6.79% -	7.59% 3.35% -	8.77% 3.98% -	9.50% 4.63% -	5.27% 2.51% -	7.60% 3.18% -	7.89% 3.82% -
1000, 300 500; 1500		- 6.25% -	- 6.44% -	- 6.25% -	- 3.38% -	- 3.91% -	- 4.16% -	- 2.44% -	- 3.16% -	- 3.40% -
1000, 300 700; 1700		- 6.66% -	- 6.92% -	- 6.67% -	- 3.46% 3.36%	- 4.21% 3.99%	- 5.16% 4.36%	- 2.55% 2.40%	- 3.31% 3.30%	- 3.69% 3.67%

Джерело: розраховано та складено авторами.

Із оцінки результатів методу для нормального розподілу можна зазначити, що збільшення кількості ітерацій позитивно впливає на точність результатів, а збільшення кількості інтервалів розбиття – негативно. Проте детальніший розгляд цієї гіпотези буде проведено далі. Також закономірним є те, що найточніший результат оці-

нки квантилів вдалося отримати для області з найбільшою щільністю оцінюваної невідомої величини, у даному випадку – для медіани. Результат є тим точніший, чим ближче до центру досліджуваного інтервалу $[b_{min}, b_{max}]$ лежить квантиль. Низьке значення дисперсії також позитивним чином впливає на результат оцінювання.

Таблиця 3. Похибка оцінки квантилів для невідомої величини з логарифмічно нормальним розподілом

μ, σ $[b_{min}, b_{max}]$	Інтервал дослідження	$n = 100$			$n = 500$			$n = 1000$		
		$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$
5.5; 0.7 100; 700		- 24.27% -	- 31.08% -	- 34.69% -	- 11.80% -	- 18.43% -	- 25.69% -	- 7.42% -	- 13.19% -	- 19.85% -
5.5; 0.7 100; 900		- 26.52% -	- 36.07% -	- 41.93% -	- 10.51% -	- 19.04% -	- 29.41% -	- 6.84% -	- 12.05% 14.52%	- 20.50% 18.42%
5.5; 0.7 0, 1000		31.25% 25.14% -	34.85% 32.40% -	38.04% 38.46% -	16.20% 10.58% -	15.79% 16.49% -	19.26% 26.39% -	11.93% 7.23% 10.17%	10.50% 10.18% 16.46%	12.58% 17.31% 21.84%

Джерело: розраховано та складено авторами.

Для логарифмічно нормального розподілу якість оцінювання не є задовільною, пов'язано це зі значною асиметрією розподілу. Однак зауважимо, що реальні ціни навряд будуть підпорядковуватися цьому виду розподілу на практиці: "важкий хвіст" може з'явитися лише за екстремальних умов, наприклад, за значного дефіциту

товару, у той час як правобічний характер розподілу говорить про надлишок товару. Таке протиріччя говорить про малореалістичні умови, за яких може скластися дана ситуація, проте, з теоретичної позиції, такий варіант має право на існування.

Таблиця 4. Похибка оцінки квантилів для невідомої величини з гамма-розподілом

k, θ [b_{min}, b_{max}]	Інтервал дослідження	$n = 100$			$n = 500$			$n = 1000$		
		$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$
10; 100 0; 1000		10.23%	12.78%	11.98%	5.61%	6.41%	6.99%	4.02%	4.95%	5.43%
10; 100 500; 1500		-	-	-	-	-	-	4.03%	-	-
10; 100 1000; 2000		-	-	-	-	-	-	-	-	-
10; 100 0; 1500		12.14%	12.87%	12.79%	5.53%	6.39%	6.97%	4.05%	4.80%	5.45%
10; 100 500; 2000		-	-	-	-	-	-	4.95%	-	-
10; 100 1000; 2500		-	-	-	-	-	-	-	-	-

Джерело: розраховано та складено авторами.

Результати для гамма-розподілу є близькими до нормального, проте позитивний скіс збільшує похибку. Аналогічно, для того, щоб точніше оцінити певний квантиль, необхідно експертним методом попередньо оцінити, куди саме він потрапить, та бажано підібрати відповідні параметри експерименту.

Оскільки серед класичних статистичних розподілів немає розподілів із негативним скосом, завдяки модифікації нормального розподілу було отримано генеральну сукупність із лівобічним розподілом та перевірено якість дослідження за такої умови (див. табл. 5).

Таблиця 5. Похибка оцінки квантилів для невідомої величини з лівобічним розподілом

μ, σ, μ_3 [b_{min}, b_{max}]	Інтервал дослідження	$n = 100$			$n = 500$			$n = 1000$		
		$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$	$b = 10$	$b = 15$	$b = 20$
1000; 200; -0.66 400; 800		-	-	-	5.27%	8.29%	10.26%	3.87%	6.46%	9.09%
1000; 200; -0.66 600; 1000		-	-	-	-	-	-	-	-	-
1000; 200; -0.66 800; 1200		3.46%	3.71%	3.88%	1.87%	2.35%	2.96%	1.37%	1.77%	2.36%
1000; 200; -0.66 200; 800		-	-	-	-	-	-	-	-	-
1000; 200; -0.66 400; 1000		2.70%	3.04%	2.98%	1.44%	1.52%	1.72%	1.00%	1.22%	1.42%
1000; 200; -0.66 200; 800		-	-	-	4.66%	6.70%	8.54%	3.34%	4.64%	7.05%
1000; 200; -0.66 400; 1000		7.64%	-	-	4.31%	6.24%	6.81%	3.30%	4.52%	5.70%
1000; 200; -0.66 600; 1200		3.86%	4.48%	4.45%	1.91%	2.52%	3.05%	1.37%	1.82%	2.31%
1000; 200; -0.66 600; 1200		-	-	-	-	-	-	-	-	-

Джерело: розраховано та складено авторами.

Аналогічно з нормальним розподілом, якість оцінювання залежить від квантиля, який необхідно дослідити, та "скупченості" даних.

Тепер проведемо додаткове дослідження залежності якості оцінювання від параметрів експерименту: кількості респондентів n та кількості інтервалів при розбитті b .

На рис. 2 за допомогою теплової карти нанесені відносні середні величини відхилення медіани за відповідних умов: нормальний розподіл із параметрами $\mu = 1000$, $\sigma = 300$, $b_{min} = 500$, $b_{max} = 1500$. Чим світліший колір чарунки на перетині відповідних параметрів – тим меншою

є похибка алгоритму. Можна помітити, що зв'язок є нелінійним, а отже оптимальний набір параметрів має бути підібрано експертним шляхом. Проте можна виділити основні тенденції: збільшення кількості респондентів покращує результати дослідження, а кількість інтервалів для розбиття має залишатися не дуже великою.

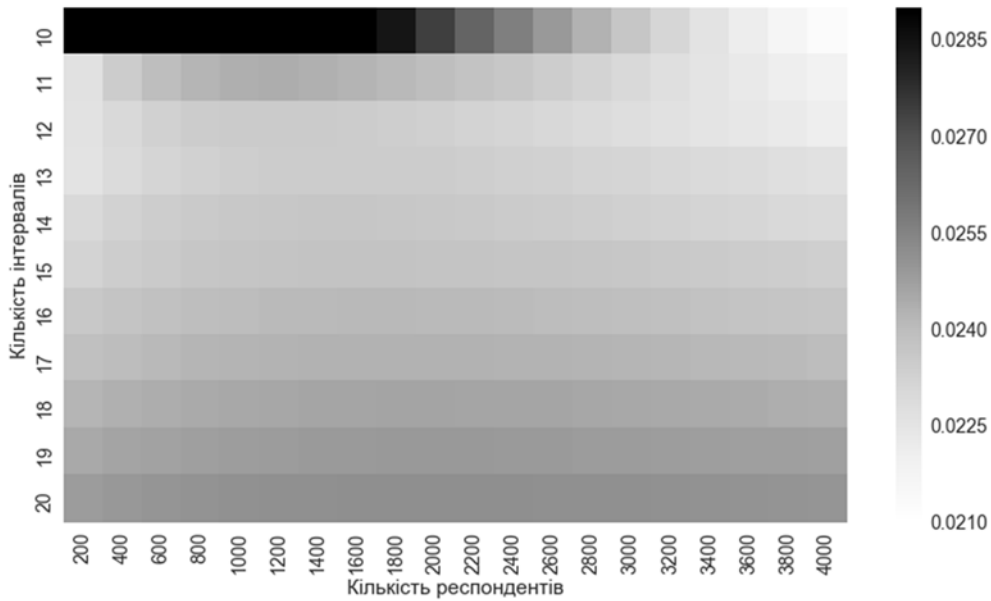


Рис. 2. Оцінка відносних середніх величин відхилення для медіани деякого нормального розподілу за різних параметрів експерименту

Джерело: розраховано авторами в середовищі Jupyter Notebook.

Описаний алгоритм може бути застосованим для вирішення двох стратегічних питань:

- Якою має бути ціна пропозиції купівлі (продажу) продукту?
- Яким є очікуваний дохід (витрати) від такого рішення?

Оскільки рівень доходу (витрат) напряму залежатиме від відгуку на пропозицію купівлі (продажу), його очікувана величина дорівнюватиме:

$$I(P) = P \cdot p(P_{max}^D \geq P) \cdot n \quad (10)$$

$$C(P) = P \cdot p(P_{min}^S \leq P) \cdot n \quad (11)$$

де $I(P)$ – дохід від пропозиції придбати товар n покупцям за ціну P , $C(P)$ – витрати від пропозиції продати товар n покупцям за ціну P . Геометрично ймовірність відгуку за певного рівня цін визначається як частка площі фігури справа від ціни P (для попиту), або зліва (для пропозиції) від загальної (див. рис. 3). Для описаного алгоритму з визначення максимальної граничної ціни індивідуального попиту покажемо геометричну інтерпретацію при $P = 800$. Штриховкою позначено площі фігур, що відповідають за ймовірність позитивного або негативного відгуку.

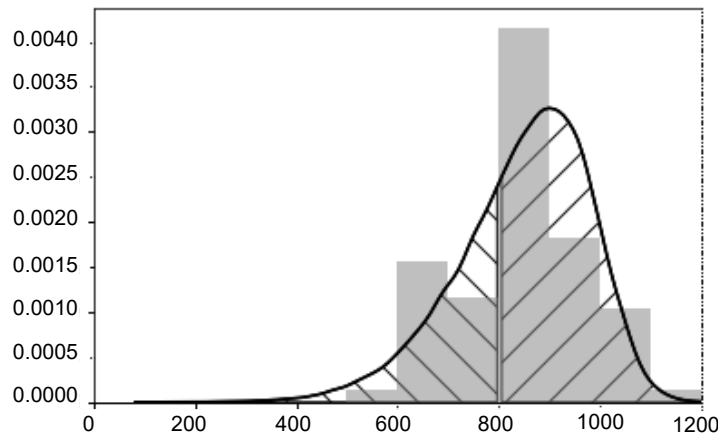


Рис. 3. Геометрична інтерпретація ймовірностей позитивної та негативної відповідей на пропозицію купівлі

Джерело: розраховано авторами в середовищі Jupyter Notebook.

Висновки та дискусія. У даній роботі представлено авторський інструмент для дослідження розподілу максимальної ціни попиту, що покупець готовий заплатити за товар, який має намір придбати. Цей алгоритм є похідним від "методу умовних оцінок", який успішно використовують для оцінювання вартості неринкових благ. Перевагою авторського методу є простота використання та водночас висока статистична ефективність. Простота полягає в тому, що респонденту явно (або неявно) має бути задане лише одне запитання: "Чи придбаєте ви даний товар за X у. о.?" За правильної постановки експерименту, можна оцінити з високим рівнем точності квантилі розподілу для генеральної сукупності граничних цін індивідуального попиту, а отже, – рівень відгуку за певної ціни. Спираючись на дослідження інших науковців можна також зробити припущення, що похибка експерименту, обумовлена впливом психологічних факторів, мінімізується за неявного маркетингового дослідження. Тобто дана техніка у комбінації з використанням кастомізованого ціноутворення має дати точніший результат, аніж опитування покупців, проте може нести репутаційні ризики для підприємства.

Використовуючи метод імітаційного моделювання, було перевірено ефективність алгоритму та сформовано ряд базових принципів для проведення експерименту. По-перше, перед проведенням дослідження необхідно чітко встановити його мету для того, щоб локалізувати той квантиль, значення якого має на меті оцінити експериментатор. Для цього необхідна первинна експертна оцінка. По-друге, потрібно правильно обрати параметри експерименту, адже, як було доведено, оптимальне значення кількості інтервалів для розбиття досліджуваного проміжку цін не обов'язково має бути великим, а кількість респондентів після деякої межі вже не може суттєво покращити цільову метрику експерименту – відносну середню величину відхилення оцінки квантиля емпіричного розподілу від квантиля генеральної сукупності.

За допомогою описаного алгоритму можна вирішити декілька задач. Перша: який рівень відгуку отримає продавець за даного рівня цін. Друга: яку ціну має встановити продавець, щоб отримати певний рівень відгуку, або отримати певний дохід. Нарешті, метод можна легко модифікувати для вирішення іншої актуальної задачі: як виглядає розподіл мінімальних цін, за які продавці готові продати товар (у випадку дослідження ціноутворення на платформі для продажу товарів). Очікується, що при вирішенні даної проблеми алгоритм може дати навіть точніший результат, адже продавці зазвичай мають менше альтернатив для продажу, аніж покупці для купівлі.

Обмеженням даного підходу є те, що для його коректної роботи необхідне виконання доволі жорсткої умови: необхідно, щоб покупець був зацікавлений у покупці, а саме – він уже мав намір придбати товар, проте його рішення залежало лише від ціни. Також було б актуальним дослідження щодо похибки, обумовленої психологічним фактором при проведенні опитування: наскільки оцінки цін занижені (завищені) порівняно із показниками реальних продажів.

Список використаних джерел:

- Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.
- Чорноус Г. О. Співвідношення між різновидами ціноутворення в інформаційній економіці / Г. О. Чорноус, Ю. А. Ярмоленко // Інструментальні засоби моделювання систем в інформаційній економіці / под ред. В. С. Пономаренко, Т. С. Клебановой. – Харьков, ВШЭМ – ХНУ ім. С. Кузнеця, 2019. – С. 120–135.
- Almanzar M. Willingness to Pay for Improved Electricity Services in Senegal: Households and Businesses Estimates Using Contingent Valuation Surveys with Multiple Bids / M. Almanzar, J. Ulimwengu // International Food Policy Research Institute. – 2019. – Available at: <https://assets.mcc.gov/content/uploads/paper-willingness-to-pay-for-improved-electricity-services-in-senegal.pdf>.

4. Becker G. M. Measuring Utility by a Single-Response Sequential Method / G. M. Becker, M. H. DeGroot, J. Marschak // Behavioral Science. – 1964. – 9(3). – P. 226–232. DOI: <https://doi.org/10.1002/bs.3830090304>.

5. Borzykowska B. Scope Effects in Contingent Valuation: Does the Assumed Statistical Distribution of WTP Matter? / B. Borzykowska, A. Baranzinia, D. Maradana // Ecological Economics. – 2017. – 144. – P. 319–329. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2017.09.005>.

6. Breidert C. A review of Methods for Measuring Willingness-to-Pay / C. Breidert, M. Hahsler, T. Reutterer // Innovative Marketing. – 2006. – 2(4) – P. 8–32. Available at: https://michael.hahsler.net/research/misc/InnovativeMarketing_2006.pdf.

7. Greene D. Consumer Willingness to Pay for Vehicle Characteristics: What Do We Know? / D. Greene, A. Hossain, J. Hofmann, G. Helfand, R. Beach // Transportation Research Part A: Policy and Practice. – 2018. – 118 (Dec). – P. 258–279. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tra.2018.09.013>.

8. Harstad R. M. Dominant Strategy Adoption and Bidders' Experience with Pricing Rules / R. M. Harstad // Experimental Economics. – 2000. – 3(3) – P. 261–280. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1011476619484>.

9. Impact Utilities. Willingness-to-Pay Research to Support PR19. – 2018. Available at: <https://www.south-staffs-water.co.uk/media/2306/appendix-a13-willingness-to-pay-wave-1-full-report.pdf>.

10. Johnson R. M. Trade-off Analysis of Consumer Values / R. M. Johnson // Journal of Marketing Research. – 1974. – 11(May). – P. 121–127.

11. Kaas K. P. Are the Vickrey Auction and the BDM-Mechanism Really Incentive Compatible? Empirical Results and Optimal Bidding Strategies in the Case of Uncertain Willingness-to-Pay / K. P. Kaas, R. Heidrun // Schmalenbach Business Review. – 2006. – 55(1). – P. 37–55. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF03396723>.

12. Kagel J. H. Information Impact and Allocation Rules in Auctions with Affiliated Private Values: A Laboratory Study / J. H. Kagel, M. H. Ronald, L. Dan // Econometrica. – 1987. – 55(6). – P. 1275–1304. DOI: <https://doi.org/10.2307/1913557>.

13. Kucher A. Factors Forming the Consumers' Willingness to Pay a Price Premium for Ecological Goods in Ukraine / A. Kucher, M. Heldak, L. Kucher, B. Raszka // International Journal of Environmental Research and Public Health. – 2019. – 16(5). – P. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijerph16050859>.

14. Kullback S. On information and sufficiency / S. Kullback, R. A. Leibler // Annals of Mathematical Statistics. – 1951. – 22(1). – P. 79–86. DOI: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177729694>.

15. Lam T. The Value of Payment Instruments: Estimating Willingness to Pay and Consumer Surplus / T. Lam, C. Ossolinski // Reserve Bank of Australia. – 2015. Available at: <https://www.rba.gov.au/publications/rdp/2015/pdf/rdp2015-03.pdf>.

16. Miller M. K. How Should Consumers' Willingness to Pay Be Measured? An Empirical Comparison of State-of-The-Art Approaches / K. M. Miller, R. Hofstetter, H. Krohmer and other // Journal of Marketing Research. – 2011. – 48(1). – P. 172–184. DOI: <https://doi.org/10.1509/jmkr.48.1.172>.

17. Mitchell R. C. Using Surveys to Value Public Goods: The Contingent Valuation Method / R. C. Mitchell, R. T. Carson. – Washington: Resources for the Future, 1989. – 484 p.

18. Nagle T. T. The Strategy and Tactics of Pricing / T. T. Nagle, R. K. Holden. – Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002. – 352 p.

19. Nessim H. Pricing: Policies and Procedures / H. Nessim, R. Dodge. – New York: New York University Press, 1995. – 227 p.

20. Sardar A. Willingness to Pay for Vaccination Against Hepatitis B and Its Determinants: The Case Study of an Industrial District of Pakistan / A. Sardar, M. Rizwanyaseen, A. Abbas, M., Waqas, B. Gill // Italian Journal of Public Health. – 2018. – 15(4). – P. 1–6. DOI: <https://doi.org/10.2427/1295410.2427/12954>.

21. Van Westendorp P. NSS-Price Sensitivity Meter (PSM) – A New Approach to Study Consumer Perception of Price / P. Van Westendorp // Proceedings of the 29th ESOMAR Congress, Venice, 5–9 September 1976. – P. 139–167.

22. Völkner F. An Empirical Comparison of Methods for Measuring Consumers' Willingness to Pay / F. Völkner // Marketing Letters. – 2006. – 17(2). – P. 137–149. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11002-006-5147-x>.

23. Wang T. Reservation Price as a Range: An Incentive-Compatible Measurement Approach / T. Wang, R. Venkatesh, R. Chatterjee // Journal of Marketing Research. – 2007. – 44(May). – P. 200–213. DOI: <https://doi.org/10.1509/jmkr.44.2.200>.

24. Wertenbroch K. Measuring Consumer Willingness to Pay at the Point of Purchase / K. Wertenbroch, B. Skiera // Journal of Marketing Research. – 2002. – 38(2). – P. 228–241. DOI: <https://doi.org/10.1509/jmkr.39.2.228.19086>.

25. Xiong K. Analysis of the Factors Influencing Willingness to Pay and Payout Level for Ecological Environment Improvement of the Ganjiang River Basin / K. Xiong, F. Kong, N. Zhang and other // Sustainability. – 20018. – 10(7). – P. 1–17. DOI: <https://doi.org/c10.3390/su10072149>.

Received: 06/11/19
1st Revision: 22/11/19
Accepted: 15/12/19

Author's declaration on the sources of funding of research presented in the scientific article or of the preparation of the scientific article: budget of university's scientific project

В. Шпырко, канд. экон. наук, доц.,

Ю. Ярмоленко, асп.

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛЬНОЙ ЦЕНЫ ИНДИВИДУАЛЬНОГО СПРОСА В УСЛОВИЯХ НЕЯВНОГО МАРКЕТИНГОВОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Представлен авторский метод проведения маркетингового исследования для определения статистических характеристик неизвестной величины, которая в иностранной литературе называется "Willingness-to-Pay". Аналогично этот подход можно использовать для оценивания минимального уровня цен, при котором клиенты готовы продать товар. Было практически подтверждено, что имея результаты опроса с единственным вопросом "Купите ли вы данный товар за X у. е.?", можно провести эксперимент и оценить характеристики реального распределения, которому подчиняется генеральная совокупность. Также даны рекомендации касательно проведения эксперимента и подбора соответствующих его параметров.

Ключевые слова: ценовая стратегия, willingness to pay, маркетинговое исследование, предельная цена.

V. Shpyrko, PhD in Economics, Associate Professor,

I. Iarmolenko, PhD student

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine

THE ALGORITHM OF EVALUATING A MARGINAL INDIVIDUAL PRICE DISTRIBUTION UNDER AN EXPLICIT MARKETING RESEARCH

This article presents a method for conducting a marketing research aiming to evaluate statistics of a "Willingness-to-Pay" random variable distribution. Similarly, this approach can be used for evaluating minimal price a customer is ready to sell a good for. Since a general survey tends to bring bias into WTP evaluation, we suggest reducing psychological pressure while asking a single question "Would you buy this product for X amount of money?". It was empirically shown that this information is enough to conduct an experiment and evaluate the characteristics of a population distribution. The algorithm is easy to use, however needs an expert control for gaining higher accuracy. Using tools of simulation modeling we assessed the level of bias of an experimentally obtained distribution statistics compared to a real population statistics. The algorithm helps predicting individual demand and total income level depending on a product pricing level.

Key words: pricing strategy, willingness to pay, marketing research, marginal price.

References (in Latin): Translation / Transliteration/ Transcription:

- Gmurman, V., 1977. Probability Theory and Mathematical Statistics. Moscow: Higher School.
- Chornous, G, Iarmolenko, I., 2019. The Relationship Between Pricing Types in Information Economy. In V. Ponomarenko, ed. 2019. Systems Modeling Tools in Information Economy / Kharkiv: HSEM. pp. 120–135.
- Almanzar, M., Ulimwengu, J., 2019. Willingness to Pay for Improved Electricity Services in Senegal: Households and Businesses Estimates Using Contingent Valuation Surveys with Multiple Bids. [pdf] International Food Policy Research Institute. Available at: <https://assets.mcc.gov/content/uploads/paper-willingness-to-pay-for-improved-electricity-services-in-senegal.pdf>
- Becker, G. M., DeGroot, M. H., and Marschak, J., 1964. Measuring Utility by a Single-Response Sequential Method. Behavioral Science, 9(3), pp. 226–232. <https://doi.org/10.1002/bs.3830090304>.
- Borzykowska, B., Baranzinia, A., and Maradana, D., 2017. Scope Effects in Contingent Valuation: Does the Assumed Statistical Distribution of WTP Matter? Ecological Economics, 144, pp. 319–329. <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2017.09.005>.
- Breidert, C., Hahsler, M., and Reutterer, T., 2006. A review of Methods for Measuring Willingness-to-Pay. Innovative Marketing, 2(4), pp. 8–32. [online] Available at: https://michael.hahsler.net/research/misc/InnovativeMarketing_2006.pdf [Accessed 1 Feb 2020].
- Greene, D., Hossain, A., Hofmann, J., Helfand, G., and Beach, R., 2018. Consumer Willingness to Pay for Vehicle Characteristics: What Do We Know? Transportation Research Part A: Policy and Practice, 118 (Dec), pp. 258-279. <https://doi.org/10.1016/j.tra.2018.09.013>.
- Harstad, R. M., 2000. Dominant Strategy Adoption and Bidders' Experience with Pricing Rules. Experimental Economics, 3(3), pp. 261–280. <https://doi.org/10.1023/A:1011476619484>.
- Impact Utilities, 2018. Willingness-to-Pay Research to Support PR19. [pdf] Impact Utilities. Available at: <https://www.south-staffs-water.co.uk/media/2306/appendix-a13-willingness-to-pay-wave-1-full-report.pdf>.
- Johnson, R. M. 1974. Trade-off Analysis of Consumer Values. Journal of Marketing Research, 11(May), pp.121–127.
- Kaas, K. P. and Heidrun, R., 2006. Are the Vickrey Auction and the BDM-Mechanism Really Incentive Compatible? Empirical Results and Optimal Bidding Strategies in the Case of Uncertain Willingness-to-Pay. Schmalenbach Business Review, 55(1), pp. 37–55. <https://doi.org/10.1007/BF03396723>.
- Kagel, J. H., Ronald, M. H., and Dan L., 1987. Information Impact and Allocation Rules in Auctions with Affiliated Private Values: A Laboratory Study. Econometrica, 55(6), pp. 1275–1304. <https://doi.org/10.2307/1913557>.
- Kucher, A., Heldak, M., Kucher, L., and Raszka, B., 2019. Factors Forming the Consumers' Willingness to Pay a Price Premium for Ecological Goods in Ukraine. International Journal of Environmental Research and Public Health, 16(5), pp.1–14. <https://doi.org/10.3390/ijerph16050859>.
- Kullback, S., Leibler, R. A., 1951. On information and sufficiency. Annals of Mathematical Statistics, 22(1), pp. 79–86. <https://doi.org/10.1214/aoms/117729694>.
- Lam, T., and Ossolinski, C., 2015. The Value of Payment Instruments: Estimating Willingness to Pay and Consumer Surplus. [pdf] Reserve Bank of Australia. Available at: <https://www.rba.gov.au/publications/rdp/2015/pdf/rdp2015-03.pdf>.
- Miller, M. K., Hofstetter, R., Krohmer, H., Zhang, Z. J., 2011. How Should Consumers' Willingness to Pay Be Measured? An Empirical Comparison of State-of-The-Art Approaches. Journal of Marketing Research, 48(1), pp. 172-184. <https://doi.org/10.1509/jmkr.48.1.172>.
- Mitchell, R. C., and Carson, R. T., 1989. Using Surveys to Value Public Goods: The Contingent Valuation Method. Washington: Resources for the Future.
- Nagle, T. T., and Holden, R. K., 2002. The Strategy and Tactics of Pricing. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Nessim, H., and Dodge, R., 1995. Pricing: Policies and Procedures. New York: New York University Press.
- Sardar, A., Rizwanyaseen, M., Abbas, A., Waqas, M., and Gill, B., 2018. Willingness to Pay for Vaccination Against Hepatitis B and Its Determinants: The Case Study of an Industrial District of Pakistan. Italian Journal of Public Health, 15(4), pp.1–6. <https://doi.org/10.2427/1295410.2427/12954>.
- Van Westendorp, P., 1976. NSS-Price Sensitivity Meter (PSM) – A New Approach to Study Consumer Perception of Price / P. Van Westendorp. Proceedings of the 29th ESOMAR Congress, Venice, 5–9 September 1976, pp. 139–167.
- Völkner, F., 2006. An Empirical Comparison of Methods for Measuring Consumers' Willingness to Pay. Marketing Letters, 17(2), pp. 137–149. <https://doi.org/10.1007/s11002-006-5147-x>.
- Wang, T., Venkatesh, R., and Chatterjee, R., 2007. Reservation Price as a Range: An Incentive-Compatible Measurement Approach. Journal of Marketing Research, 44(May), pp. 200–213. <https://doi.org/10.1509/jmkr.44.2.200>.
- Wertenbroch, K., and Skiera, B., 2002. Measuring Consumer Willingness to Pay at the Point of Purchase. Journal of Marketing Research, 38 (2), pp. 228–241. <https://doi.org/10.1509/jmkr.39.2.228.19086>.
- Xiong, K., Kong, F., Zhang, N., Lei, N., and Sun, C., 2018. Analysis of the Factors Influencing Willingness to Pay and Payout Level for Ecological Environment Improvement of the Ganjiang River Basin. Sustainability, 10(7), pp. 1–17. <https://doi.org/c10.3390/su10072149>.